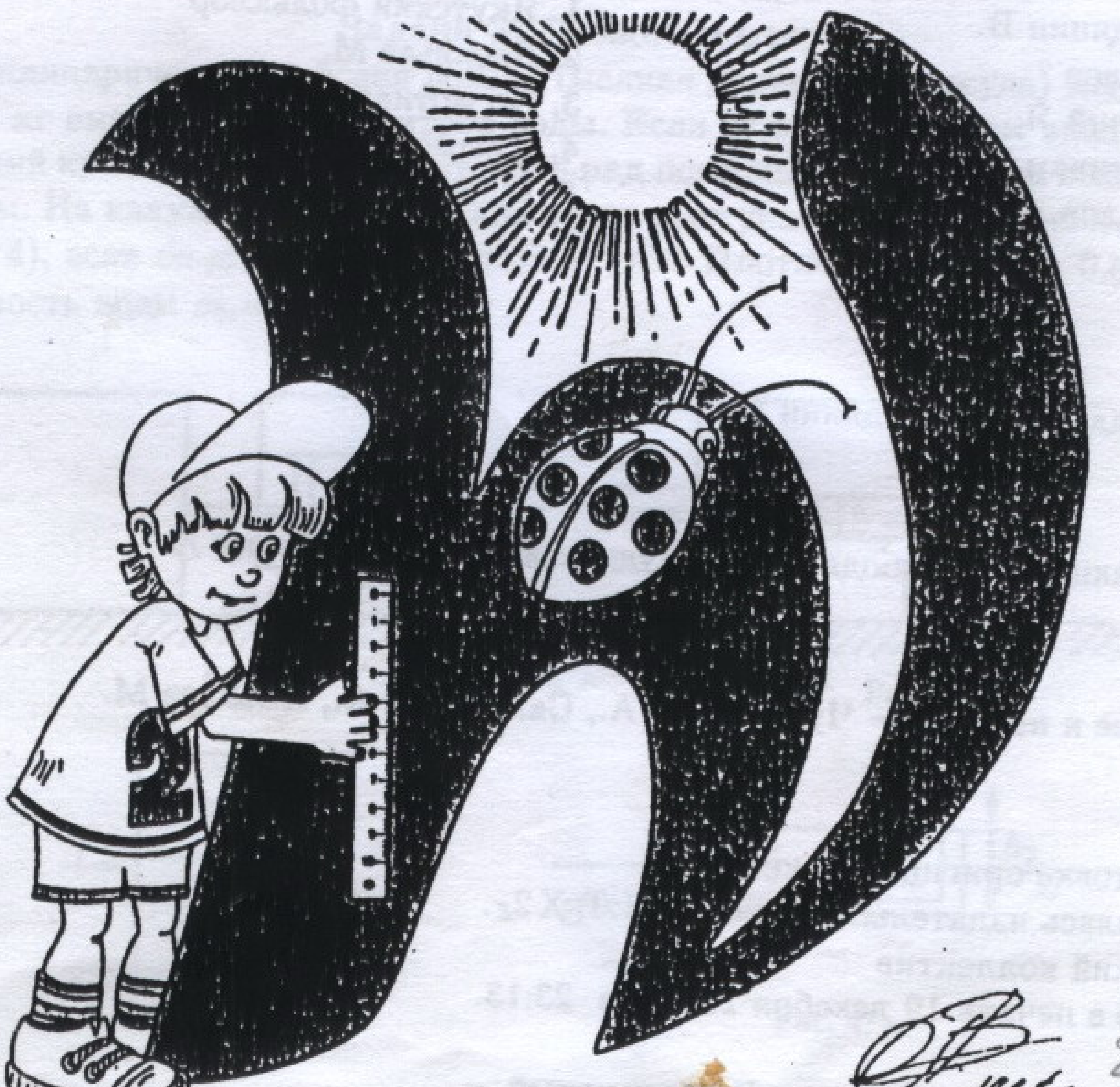
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXIX Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



1955г.

2004/2005

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников

Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: fizolimp@mail.ru (с припиской в теме письма antispam)

Авторы задач

8 класс

1. Кармазин С.
2. Подлесный Д.
3. Слободянин В.
4. Фольклор
5. Александров Д.

9 класс

1. Слободянин В.
2. Панов Е., Чудновский А.
3. Лесничий Я.
4. Фольклор
5. Александров Д.

10 класс

1. Слободянин В.
2. Фольклор
3. Лесничий Я.
4. По мотивам ЕГЭ-2003
5. Фольклор

11 класс

1. Якутский фольклор
2. Васильев М.
3. По мотивам ЕГЭ-2003
4. Крымский К.
5. Милютин Е.

Подборка задач — Слободянин В.

Общая редакция — Слободянин В., Чудновский А., Самокотин А.

Оформление и верстка — Чудновский А., Самокотин А., Имакаев М.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.

Подписано в печать 19 декабря 2004 г. в 23:13.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

8 класс

Задача 1. Поломка в дороге

В полдень из деревни в город выехал автомобиль. Он ехал с постоянной скоростью и прибыл бы в город в час дня, но в дороге двигатель заглох, и водитель потратил на ремонт треть времени, ушедшего на дорогу от деревни до места поломки. Чтобы прибыть в город по расписанию, водителю пришлось на оставшемся участке пути ехать со скоростью в два раза большей запланированной. Какое время показывали часы в тот момент, когда заглох двигатель?

Задача 2. Гидравлический пресс

Гидравлический пресс с двумя поршнями разного диаметра закреплен на бетонном полу в цехе. К штоку поршня большего диаметра прижат ящик. Минимальная сила, которую нужно приложить к штоку поршня меньшего диаметра, для того чтобы сдвинуть ящик, равна F_1 (рис. 1). Если ящик установить возле штока поршня меньшего диаметра, то для того, чтобы сдвинуть его с места, к противоположному штоку придется приложить силу F_2 (рис. 2). Какую минимальную силу F необходимо приложить к отдельно стоящему ящику (рис. 3), чтобы сдвинуть его с места? Учитывайте трение только между ящиком и полом.

Задача 3. Лохань в озере

Цилиндрическая дубовая лохань (мелкая деревянная посуда) массой $m = 1{,}2$ кг вмещает $V = 1{,}8$ литров воды. Если ее опустить дном вниз в озеро, верхний край лохани будет выступать над поверхностью воды на высоту $h_1 = 4$ см. На какую высоту h_2 лохань будет выступать над поверхностью озера (рис. 4), если ее до краев заполнить водой? Плотность дуба $\rho = 0{,}67$ г/см^3, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3.

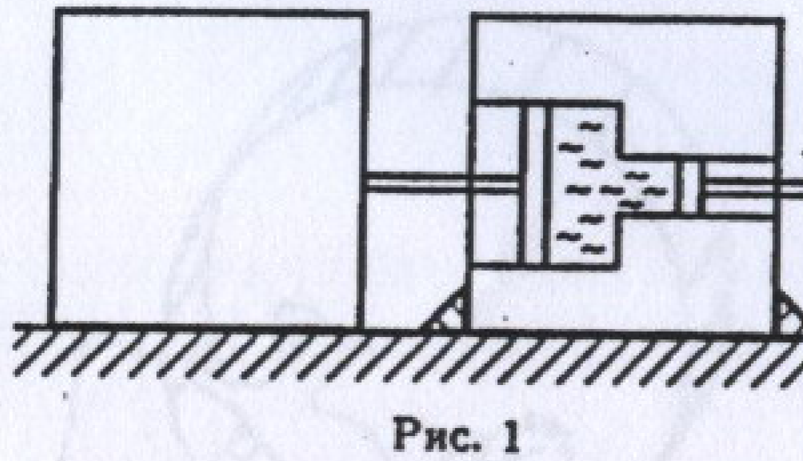


Рис. 1

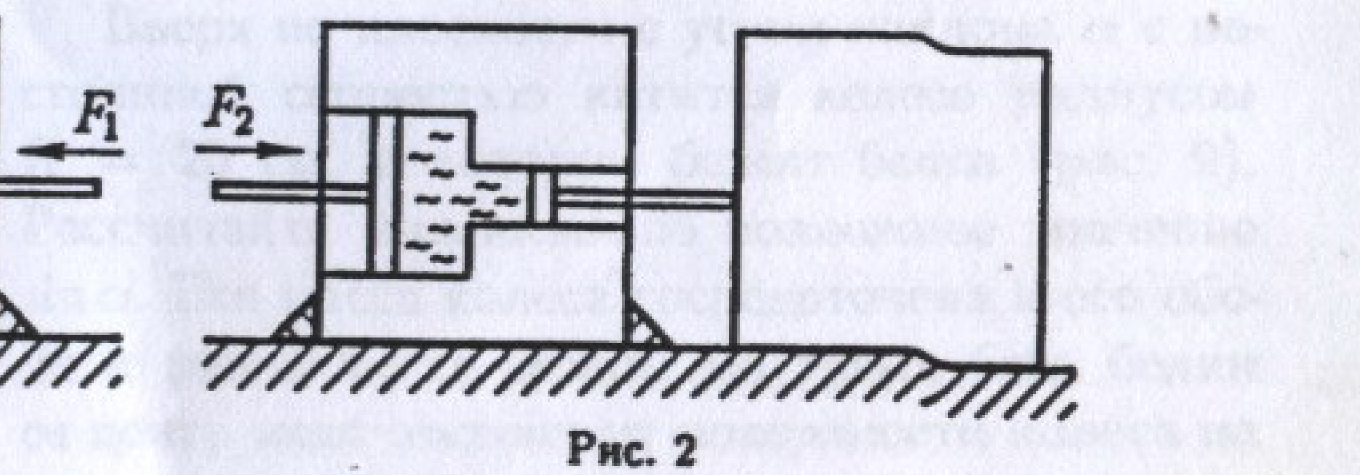


Рис. 2

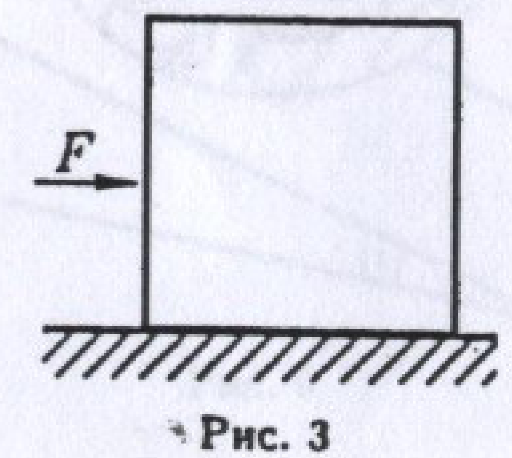


Рис. 3

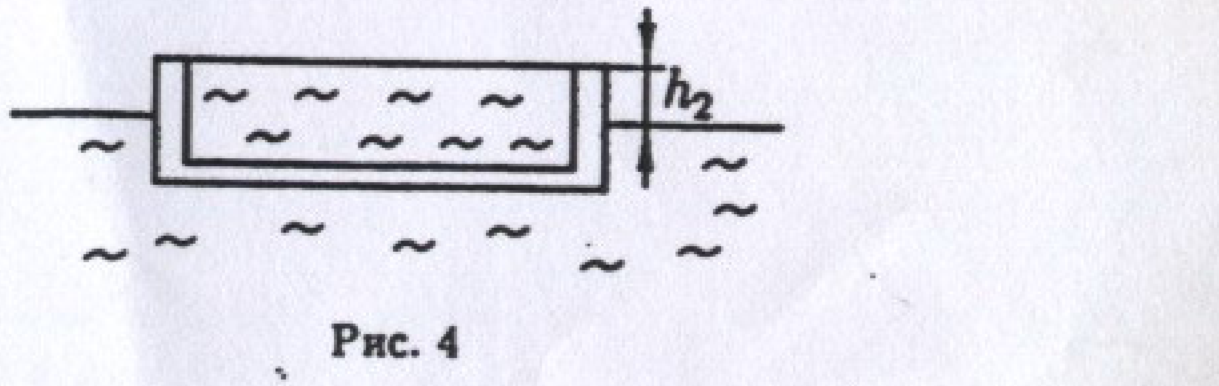


Рис. 4

Задача 4. Блоки

С помощью системы блоков (рис. 5) экспериментатор Глюк поднимает ящик массой $M = 100$ кг. С какой минимальной силой F он должен тянуть за свободный конец веревки? Трением в системе можно пренебречь.

Задача 5. Разгерметизация скороварки

При увеличении давления над поверхностью воды ее температура кипения повышается. На газовой плите в кастрюле-скороварке медленно кипела вода при 105°C (рис. 6). Неожиданно произошла разгерметизация кастрюли, и хозяйка сразу же выключила газ. Какая часть воды испарилась к моменту прекращения кипения? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C), ее удельная теплота парообразования $L = 2260$ кДж/кг.

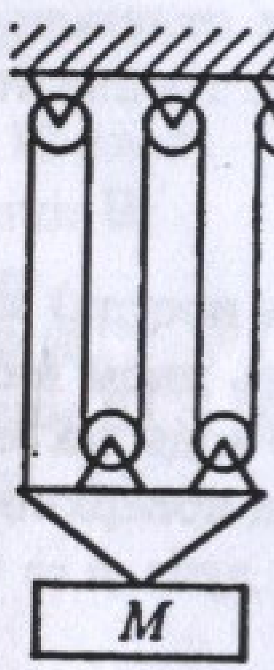


Рис. 5

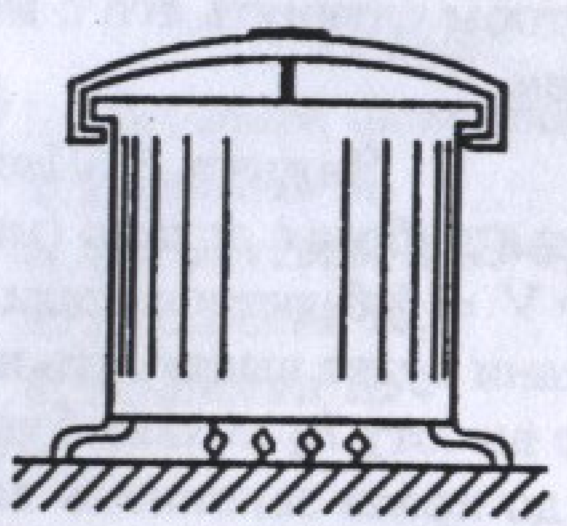


Рис. 6

9 класс

Задача 1. Игрушка в вагоне (1)

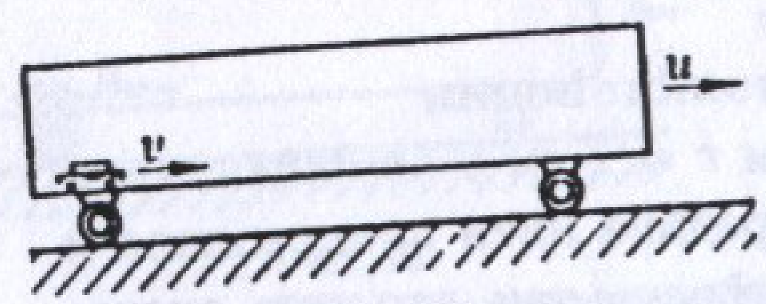


Рис. 7

Вдоль вагона поезда, медленно едущего с постоянной скоростью u, катается игрушечный электромобиль. В течение всего времени τ движения между стенками вагона скорость v игрушки относительно пола постоянна (рис. 7). При контакте со стенкой электромобиль мгновенно изменяет направление своего движения на противоположное. Вычислите путь S, пройденный игрушкой за время $t \gg \tau$, в системе отсчета, связанной с рельсами железнодорожного пути. Траектории вагона и игрушки считайте параллельными.

Задача 2. Боковой ветер

Вид сверху

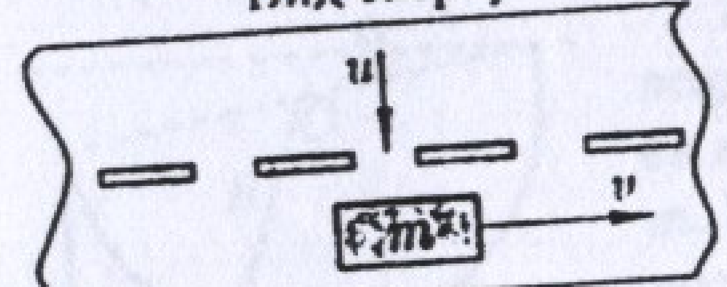


Рис. 8

Автомобиль массой $m = 1$ т едет по прямой дороге со скоростью $v = 144$ км/ч. При этом его двигатель развивает мощность $N = 32$ кВт. Перпендикулярно дороге дует ветер со скоростью $u = 9$ м/с (рис. 8). Когда водитель попытался немного прибавить газу, автомобиль сразу начало сносить на обочину, поэтому водитель тут же нажал на тормоз, блокируя все четыре колеса. Найдите ускорение $\vec{a}$ автомобиля в этот момент. Трением в осях при движении автомобиля можно пренебречь.

Задача 3. Белка в колесе

Вверх по плоскости с углом наклона α с постоянной скоростью катится колесо радиусом $R = 25$ см, в котором бежит белка (рис. 9). Рассчитайте максимально возможное значение $\sin\alpha$. Вся масса колеса сосредоточена в его ободе и равна массе белки. Во время бега белки ее центр масс отстоит от поверхности колеса на расстояние $h = 5$ см.

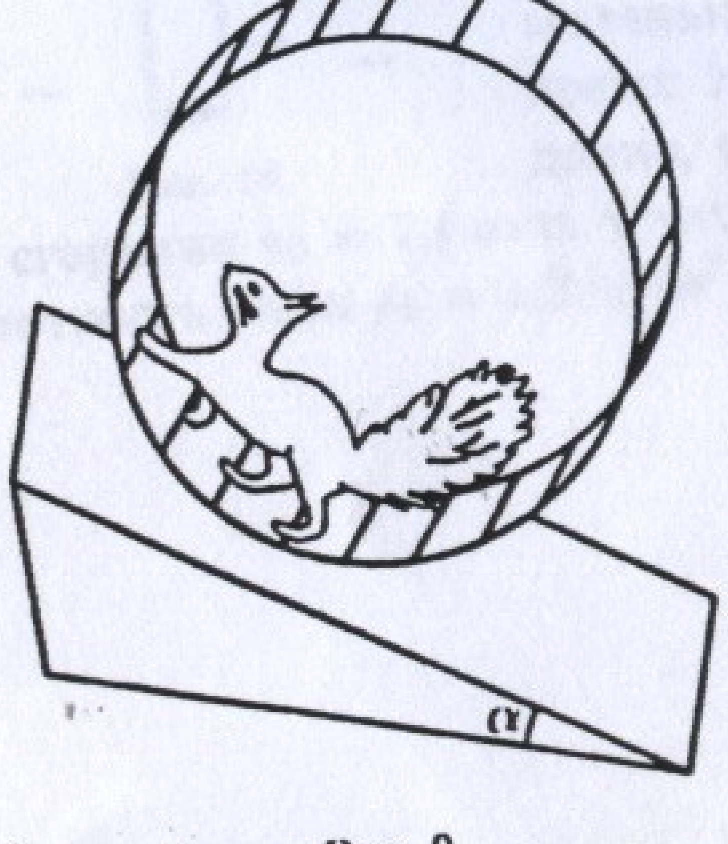


Рис. 9

Задача 4. Сетка

Электрическая цепь состоит из одинаковых проводников сопротивлением $R = 7$ Ом, образующих сетку (рис. 10). К узлам A и B подключен омметр. Вычислите его показания. Результат представьте в общем и числовом видах.

Задача 5. Нагрев шаров при столкновении

Два одинаковых алюминиевых шара радиусом $r = 1$ см с помощью нити длиной $L = 100$ см соединены между собой, а середина нити прикреплена к штативу. Шары отклоняют в противоположные стороны так, что нить оказывается горизонтальной (рис. 11). В некоторый момент времени их одновременно отпускают. После нескольких соударений движение системы прекращается, а температура шаров увеличивается на $\Delta t_1 = 0{,}5$°С. Затем алюминиевые шары заменяют на свинцовые такого же размера и опыт повторяют. Вычислите изменение Δt_2 температуры в этом случае.

Удельные теплоемкости алюминия и свинца составляют соответственно $c_1 = 920$ Дж/(кг · °С) и $c_2 = 140$ Дж/(кг · °С), а их плотности $\rho_1 = 2{,}7$ г/см^3 и $\rho_2 = 11{,}3$ г/см^3.

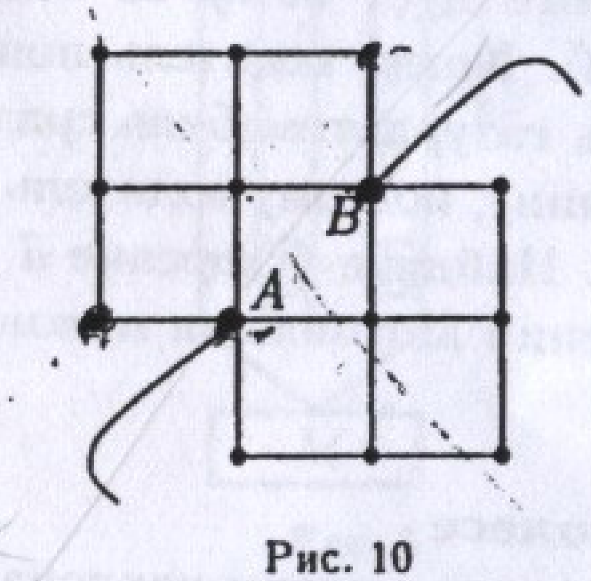


Рис. 10

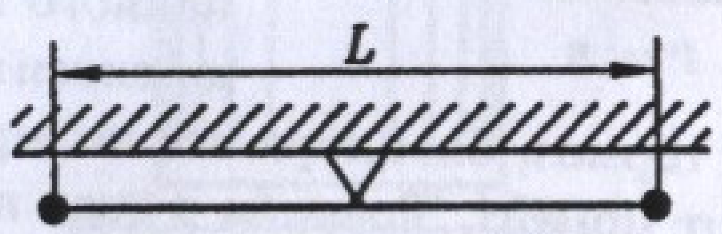


Рис. 11

10 класс

Задача 1. Игрушка в вагоне (2)

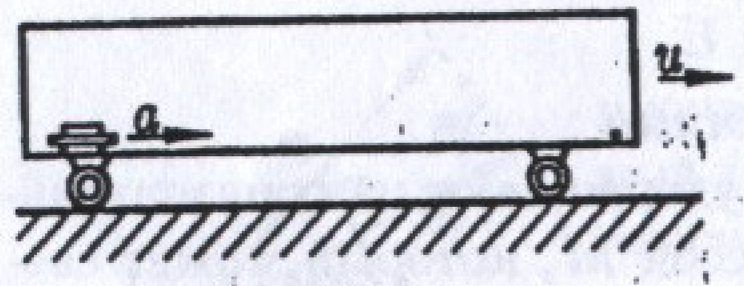


Рис. 12

Вагон поезда, медленно едущего с постоянной скоростью u, проходит мимо светофора за время τ. От задней стенки вагона к передней стартует игрушечный электромобиль. Его ускорение все время остается постоянным по модулю. При контакте электромобиля со стенкой направления его скорости и ускорения мгновенно изменяются на противоположные. За время $t \gg \tau$ скорость игрушки достигает значения $2u$ (рис. 12).

1. Сколько раз за время t игрушка столкнется со стенками вагона?
2. Вычислите путь S, пройденный за время t игрушкой в системе отсчета, связанной с рельсами железнодорожного пути.

Задача 2. Центр масс

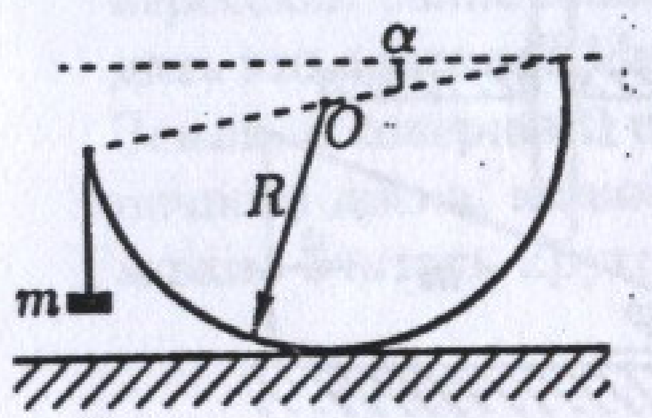


Рис. 13

Конструкция в виде половины обода радиуса R покоится на горизонтальной плоскости. К одному ее краю на легкой нити прикрепляют груз массой m. При этом конструкция поворачивается на малый угол α (рис. 13). На каком расстоянии r от точки O находится центр масс половины обода? Определите массу M конструкции.

Задача 3. Свеча горела

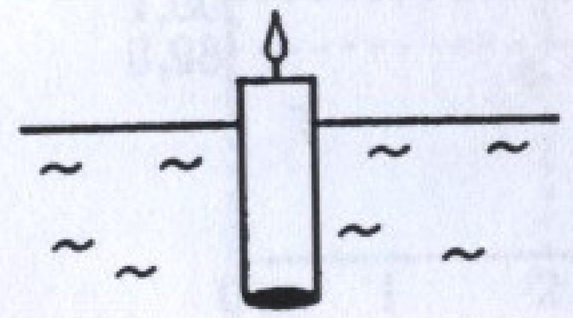


Рис. 14

Экспериментатор Глюк пустил плавать по тихому озеру горящую свечу. Чтобы обеспечить ей вертикальную устойчивость, к ее нижнему концу он прикрепил маленький груз (рис. 14). Определите максимальное время τ горения свечи, если она однородна по всей длине, имеет плотность $\rho = 0{,}9$ г/см^3 и время полного сгорания $\tau_0 = 20$ мин. Считайте, что вещество свечи сгорает без остатка. Плотность воды $\rho_0 = 1{,}0$ г/см^3.

Задача 4. Изотермическая работа

На pT-диаграмме изображен цикл тепловой машины, у которой рабочим телом является идеальный газ (рис. 15). Работа газа на участке 1-2 равна A_{12}. Вычислите работу A_{34} газа на участке 3-4.

Задача 5. Ускорение клина

Гладкий клин массой m и с углом наклона φ удерживают на горизонтальной плоскости. На клин опирается стержень массой M, который может свободно перемещаться в муфте B (рис. 16).

1. С каким ускорением a начнет двигаться клин, если его освободить?
2. Предположим, что массы клина и груза равны. При каком угле φ_{max} ускорение клина будет максимальным? Найдите это ускорение a_{max}.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

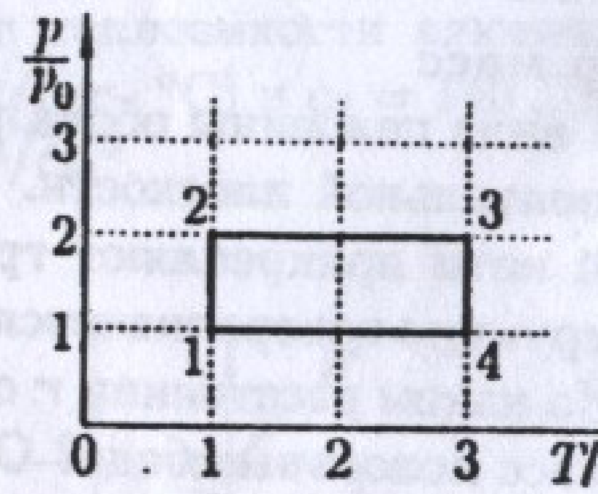


Рис. 15

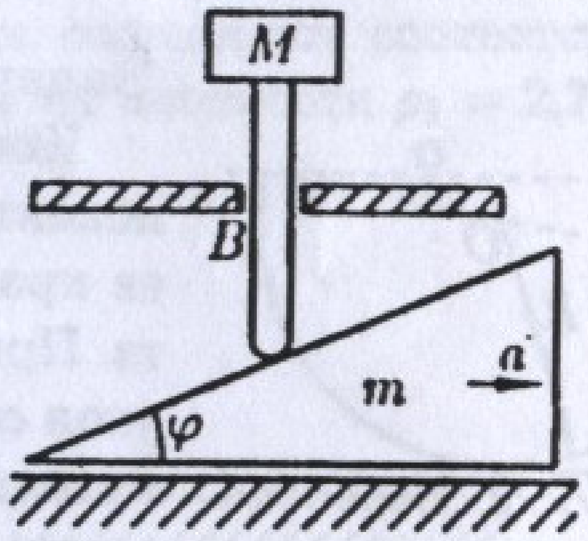


Рис. 16

11 класс

Задача 1. Бросание камней

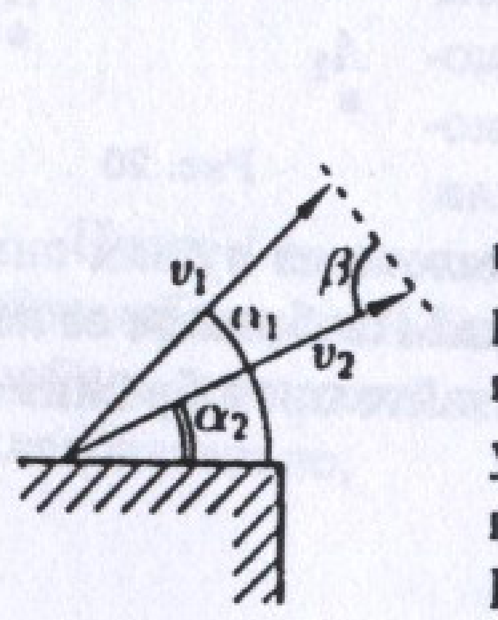


Рис. 17

В некоторый момент времени из одной точки на краю пропасти бросили два камня: один — белый, другой — серый (рис. 17). Их скорости лежали в одной вертикальной плоскости, а векторы скоростей образовывали с горизонтом углы $\alpha_1 = 45°$ и $\alpha_2 = 30°$ соответственно. В треугольнике, построенном на векторах скоростей камней, угол $\beta = 75°$. На фотографии, сделанной через время τ после броска, изображения камней видны как две параллельные черточки. Вычислите начальную скорость v_1 белого камня.

Задача 2. Меркурий виден днем

Летом 2003 года многие любители астрономии наблюдали, как Меркурий пересекал солнечный диск. В течении какого времени t можно было наблюдать это явление? Меркурий вращается вокруг Солнца в ту же сторону, что и Земля, и совершает один оборот за $\tau \approx 88$ земных суток. Угловой размер солнечного диска, видимый с Земли, равен $\alpha = 0{,}5°$. Орбиты Земли и Меркурия можно считать круговыми.

Задача 3. Тепловая машина

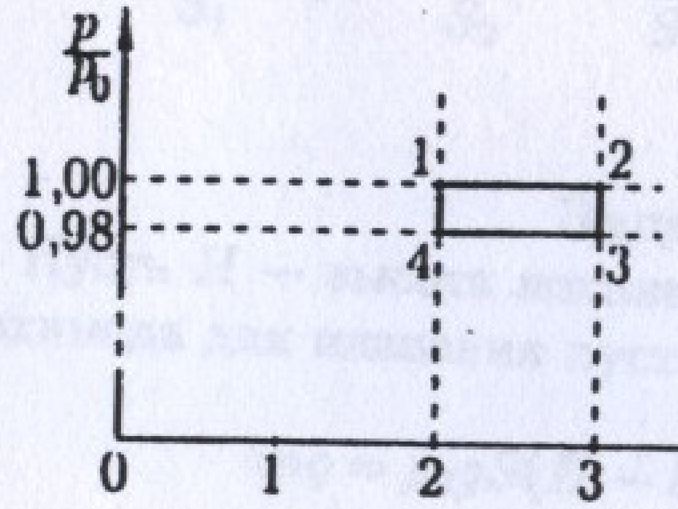


Рис. 18

На pT-диаграмме изображен цикл тепловой машины, у которой рабочим телом является идеальный газ (рис. 18). Работа газа на участке 1-2 равна $A_{1-2} = 100$ Дж. Оцените с точностью 2% работу газа на участках 2-3, 3-4 и 4-1.

Задача 4. Неизвестный конденсатор

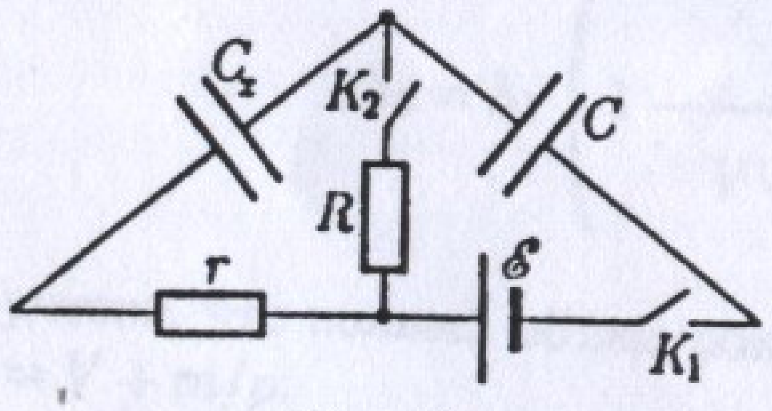


Рис. 19

Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь (рис. 19). В начале ключи были разомкнуты, а конденсаторы не заряжены. Затем Глюк замкнул ключ K_1 и дождался, пока конденсаторы зарядятся. После этого он приступил к измерениям, на достаточно долгое время замкнув ключ K_2. Оказалось, что при этом в цепи выделилось количество теплоты $Q = C\mathcal{E}^2/68$. Вычислите емкость C_x конденсатора. Какое добавочное количество теплоты выделится в цепи, если Глюк разомкнет ключ K_2?

Задача 5. Электрон в магнитном поле

Рис. 20

Электроны вылетают из электронной пушки в заданном направлении с постоянной скоростью. В постоянном однородном магнитном поле, перпендикулярном вектору их скорости, они за время τ долетают до точки A_1 (рис. 20). Если поле увеличить в $n = 3$ раза, то через время $\tau/3$ после вылета из пушки они оказываются в точке A_2. Где находится электронная пушка? Изобразите ее положение относительно точек A_1 и A_2. Размеры пушки считайте пренебрежимо малыми по сравнению с расстоянием A_1A_2.

Возможные решения

8 класс

Задача 1. Поломка в дороге

Пусть l — расстояние между деревней и городом, x — путь, пройденный автомобилем до места поломки, v — скорость автомобиля до поломки. Автомобиль находился в пути время $t = 1$ час, как и положено по расписанию, следовательно,

$$\frac{l}{v} = t = \frac{x}{v} + \frac{1}{3}\cdot\frac{x}{v} + \frac{l-x}{2v},$$

откуда $x = 3l/5$. Часы в момент поломки показывали время

$$t_0 = 12\text{ час }00\text{ мин} + \frac{x}{l}t = 12\text{ час }36\text{ мин}.$$

Задача 2. Гидравлический пресс

При толкании ящика через гидравлический пресс сила, действующая на ящик со стороны штока, равна F. На оба штока действует одинаковое давление жидкости:

$$\frac{F_1}{S_1} = p_1 = \frac{F}{S_2}, \qquad \frac{F_2}{S_2} = p_2 = \frac{F}{S_1}, \qquad \text{откуда} \qquad F = \sqrt{F_1F_2}.$$

Задача 3. Лохань в озере

Пусть H — высота лохани, S — площадь наружной части дна. По закону Архимеда для плавания пустой и полностью заполненной лохани получим:

$$mg = \rho_0 gS(H - h_1), \qquad mg + V\rho_0 g = (H - h_2)S\rho_0 g.$$

Из этих уравнений находим:

$$h_2 = h_1\left(1 - \frac{V}{V + m\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)}\right) \approx 1{,}0\text{ см},$$

где учтено, что полный объем лохани и находящейся в ней воды $SH = V + m/\rho$.

Задача 4. Блоки

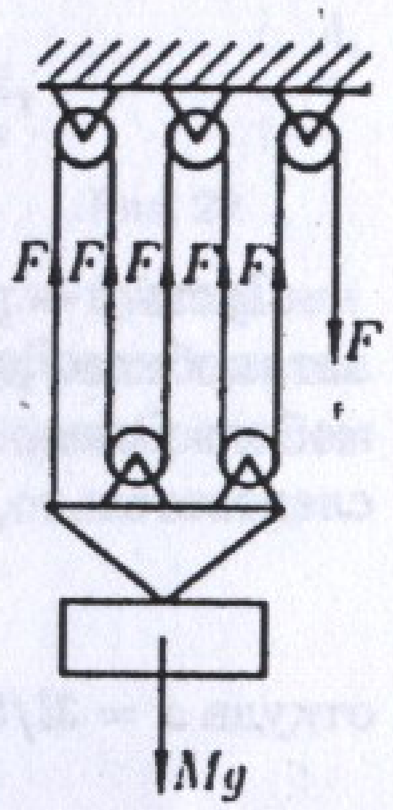


Рис. 21

Силы натяжения всех участков веревки одинаковы (рис. 21), а условие равномерного движения ящика имеет вид:

$$5F - Mg = 0, \quad \text{откуда} \quad F = \frac{1}{5}Mg \approx 196 \text{ Н}.$$

Задача 5. Разгерметизация скороварки

Пусть m — полная масса воды в кастрюле, α — доля испарившейся воды. К моменту прекращения кипения температура воды в кастрюле $t_1 = 100°\text{C}$, то есть вода охладилась на $\Delta t = 5°\text{C}$. За счет этого охлаждения часть воды испаряется. Из уравнения теплового баланса

$$cm\Delta t = \alpha Lm,$$

находим

$$\alpha = \frac{c\Delta t}{L} \approx 0{,}009.$$

9 класс

Задача 1. Игрушка в вагоне (1)

Время между двумя соударениями электромобиля об одну стенку равно 2τ, причем в течение времени τ игрушка едет по направлению движения поезда и в течение времени τ — против движения. Тогда за время $t \gg \tau$ на движение по и против направления движения поезда будет потрачено по $t/2$.

При движении по ходу поезда абсолютное значение скорости игрушки в системе отсчета, связанной с рельсами, равно $v_+ = v + u$, та же величина при обратном движении $v_- = |v - u|$. Следовательно, значения путей, пройденных по и против хода поезда, составляют $S_+ = (v+u)t/2$ и $S_- = |v-u|t/2$ соответственно.

Поэтому полный путь игрушки:

$$S = S_+ + S_- = (v + u + |v-u|)\frac{t}{2} = \begin{cases} vt, & \text{если} \quad v \geqslant u; \\ ut, & \text{если} \quad v < u. \end{cases}$$

Задача 2. Боковой ветер

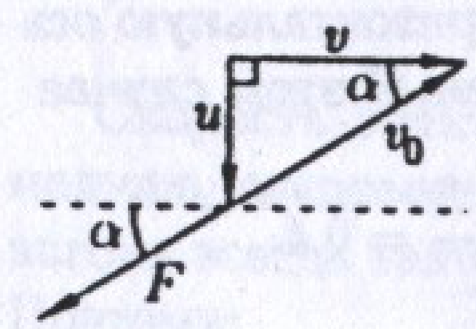


Рис. 22

Сила $\vec{F}$ сопротивления воздуха, действующая на автомобиль, направлена против скорости $\vec{v}_0$ автомобиля относительно воздуха, то есть $\operatorname{tg}\alpha = u/v$ (рис. 22). В отсутствие сил трения в осях вся механическая мощность двигателя автомобиля расходуется на преодоление составляющей $F_\parallel$ силы $\vec{F}$ вдоль дороги, то есть $N = F_\parallel v$, откуда

$$F_\parallel = \frac{N}{v}, \qquad F_\perp = F_\parallel \operatorname{tg}\alpha = \frac{Nu}{v^2},$$

где $F_\perp$ — составляющая силы $\vec{F}$ поперек дороги. Из того факта, что при небольшом увеличении мощности автомобиль начало сносить на обочину, следует, что сила трения колес о дорогу достигла к этому моменту своего максимального значения, после чего началось проскальзывание, откуда

$$F_{\text{тр}}^{\max} = \sqrt{F_\parallel^2 + F_\perp^2} = \frac{N}{v}\sqrt{1 + \frac{u^2}{v^2}}.$$

После того как водитель нажал на тормоз, колеса начали проскальзывать и сила трения оказалась направлена против скорости автомобиля относительно дороги. Из второго закона Ньютона найдем продольную и поперечную составляющие ускорения автомобиля в момент торможения:

$$a_\parallel = \frac{F_\parallel + F_{\text{тр}}^{\max}}{m} = \frac{N}{mv}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{u^2}{v^2}}\right) = 1{,}62 \text{ м/с}^2,$$

$$a_\perp = \frac{F_\perp}{m} = \frac{Nu}{mv^2} = 0{,}18 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3. Белка в колесе

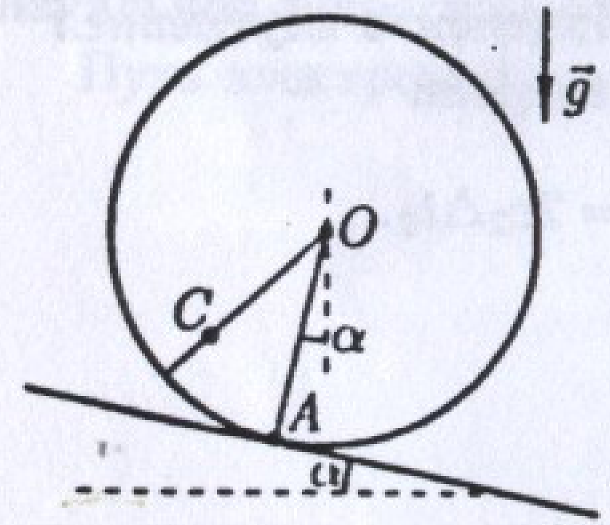


Рис. 23

Расстояние от центра масс C системы «колесо-белка» до центра колеса O (рис. 23)

$$OC = \frac{R-h}{2}.$$

Поскольку колесо катится с постоянной скоростью, то моменты всех сил, действующих на систему, должны быть уравновешены. Рассмотрим суммарный момент относительно точки A касания колеса и наклонной плоскости. Реакция наклонной плоскости создает нулевой момент. Следовательно, вторая внешняя сила — сила тяжести системы — также должна создавать нулевой момент, то есть центр масс системы должен лежать строго над точкой касания. Проекции отрезков OC и OA на горизонтальную ось равны, поэтому α будет максимален, когда OC горизонтален. В этом случае

$$R\sin\alpha_{max} = \frac{R-h}{2}, \quad \text{откуда} \quad \sin\alpha_{max} = \frac{R-h}{2R} = 0{,}4.$$

Задача 4. Сетка

Разъединим проводники, подключенные к узлам C_1 и C_2 (рис. 24) так, как показано на рисунке 25. Подключим к узлам A и B источник тока. В силу симметрии схемы напряжение между точками C_1 и C_1', а также между точками C_2 и C_2' равно нулю, то есть схему на рисунках 24 и 25 эквивалентны. Теперь подсчет сопротивления R_{AB} становится элементарным:

$$R_{AB} = \frac{5}{7}R = 5 \text{ Ом}.$$

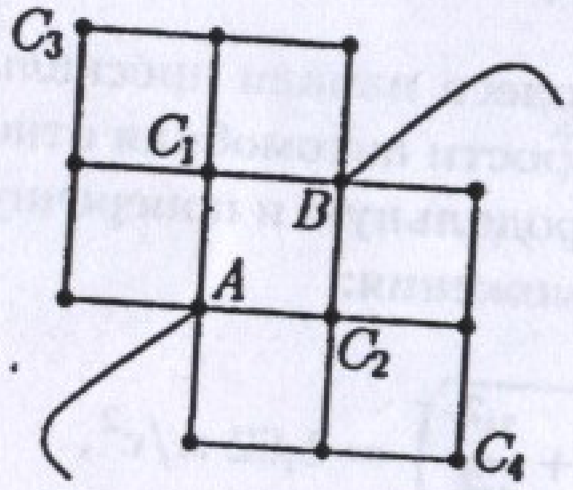


Рис. 24

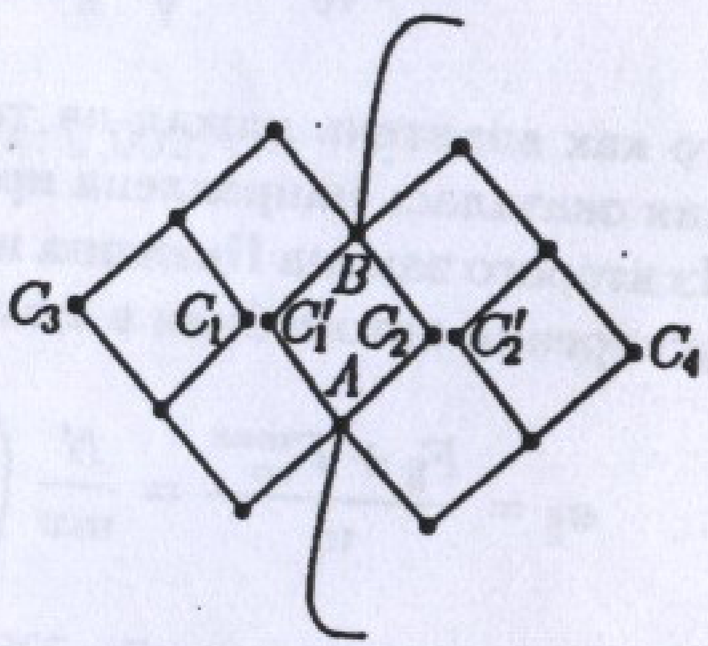


Рис. 25

Задача 5. Нагрев шаров при столкновении

Изменение потенциальной энергии системы $\Delta E = -2mgL/2 = -mgL$, где m — масса шара, g — ускорение свободного падения. Изменение внутренней энергии шаров $\Delta U = c \cdot 2m \cdot \Delta t$. По закону сохранения энергии

$$\Delta E + \Delta U = 0, \quad \text{откуда} \quad gL = 2c_1\Delta t_1 = 2c_2\Delta t_2.$$

Следовательно,

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 \frac{c_1}{c_2} \approx 3{,}3°\text{C}.$$

10 класс

Задача 1. Игрушка в вагоне (2)

Скорость электромобиля при столкновениях со стенкой не меняется по модулю, следовательно, модуль скорости v электромобиля в системе отсчета вагона всегда такой же, как при прямолинейном равноускоренном движении. Поэтому:

$v=at+0$

$$at = 2u, \quad \text{откуда} \quad a = \frac{2u}{t},$$

где a — ускорение игрушки. Путь, пройденный электромобилем за время t в системе отсчета, связанной с вагоном, совпадает с путем при прямолинейном равноускоренном движении:

$$s = \frac{at^2}{2} = ut.$$

Отсюда число столкновений игрушки со стенками вагона

$$n = \frac{s}{l} = \frac{ut}{u\tau} = \frac{t}{\tau} \gg 1,$$

где $l = u\tau$ — длина вагона.

Найдем путь электромобиля в системе отсчета, связанной с рельсами. Поскольку $t \gg \tau$, можно использовать усреднение.

Половину времени электромобиль едет со скоростью $(u - v)$, а другую половину времени — со скоростью $(u+v)$, поэтому средние модули его скорости за интервалы времени $(0; t/2)$ и $(t/2; t)$ составляют соответственно

$$V_1 = \frac{|u+v| + |u-v|}{2} = u \quad \text{и} \quad V_2 = \frac{|u-v| + |u+v|}{2} = v.$$

Здесь учтено, что в первом случае $v < at/2 = u$, а во втором $v > at/2 = u$. Таким образом, движение игрушки в первый интервал времени в среднем является равномерным со скоростью u, а во второй — равноускоренным с начальной скоростью u и ускорением a.

Путь электромобиля в системе отсчета, связанной с рельсами

$$S = u\frac{t}{2} + u\frac{t}{2} + \frac{at^2}{8} = \frac{5}{4}ut.$$

$u\frac{t}{2} + v\frac{t}{2}$ $v=?$

Задача 2. Центр масс

Выбрав точку касания обода и плоскости в состоянии равновесия в качестве полюса, рассмотрим моменты сил, действующих на систему (рис. 26). При $\alpha \ll 1$ момент веса груза

$$M_1 = mgR\cos\alpha \approx mgR.$$

Момент силы тяжести обода можно записать двумя способами. Первый через смещение центра масс:

$$M_2 = Mgr\sin\alpha \approx mgr\alpha.$$

Второй — как момент веса нескомпенсированной части AB обруча:

$$M_2 \approx \frac{2\alpha}{\pi} MgR.$$

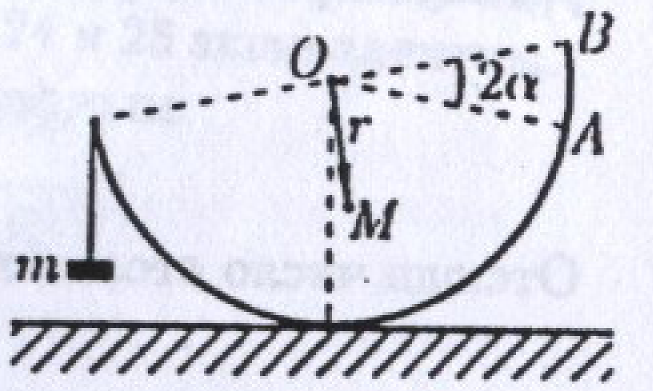


Рис. 26

Приравнивая между собой выражения для M_2, находим

$$r = \frac{2}{\pi}R.$$

А из условия равновесия $M_1 = M_2$ получаем

$$M = \frac{\pi}{2\alpha}m.$$

Задача 3. Свеча горела

Пусть l — исходная длина свечи, x — длина выступающей на водой части, S — площадь поперечного сечения свечи (рис. 27). Поскольку при плавании свечи с грузиком в воде сила тяжести $F_т$, действующая на нее, уравновешена силой Архимеда $F_а$,

$$(M+m)g = \rho_0 gS(l-x), \quad \text{откуда} \quad x = l\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\frac{M+m}{M}\right),$$

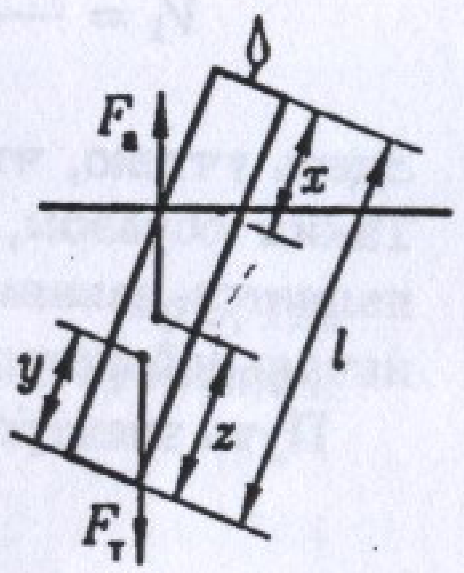


Рис. 27

где M — начальная масса свечи, m — масса грузика. Расстояния от нижнего конца свечи до точек приложения силы Архимеда и силы тяжести равны соответственно

$$z = \frac{l-x}{2} \qquad \text{и} \qquad y = \frac{M(l/2)}{M+m}.$$

Положение свечи с грузом будет устойчивым в воде, если при небольшом ее отклонении от вертикального положения возникает возвращающий момент

сил, то есть, если точка приложения действующей на свечу с грузом силы Архимеда выше точки приложения силы тяжести:

$$\frac{l-x}{2} > \frac{M(l/2)}{M+m}, \qquad \text{откуда} \qquad \frac{m}{M} > \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} - 1.$$

Время горения свечи будет максимально, когда будет минимальна масса грузика:

$$m = M\left(\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} - 1\right).$$

Поскольку наименьшая достаточная для устойчивого плавания свечи масса грузика уменьшается с уменьшением M, свеча останется устойчивой в течение всего времени горения.

Горение свечи прекратится, когда x обратится в нуль, то есть при массе свечи

$$M' = m\frac{\rho}{\rho_0 - \rho},$$

откуда время горения свечи

$$\tau = \tau_0\left(1 - \frac{M'}{M}\right) = \frac{\tau_0}{1 + \sqrt{\rho/\rho_0}} \approx 10 \text{ мин } 16 \text{ с}.$$

Задача 4. Изотермическая работа

Перерисуем цикл в pV-координатах (рис. 28).
На изотерме 1-2: $pV_a = \nu RT_0$.
На изотерме 3-4: $pV_b = 3\nu RT_0$.

Для любого фиксированного давления p объемы газа на изотермах 1-2 и 3-4 будут относится как 1:3. При изменении давления газа на Δp объемы газа на изотермах изменятся на ΔV_a и ΔV_b, причем $\Delta V_a : \Delta V_b = 1:3$. Следовательно, и работы газа на изотермах 1-2 и 3-4, численно равные площадям соответствующих криволинейных трапеций $(C,2,1,D)$ и $(E,3,4,F)$ будут отличаться в 3 раза. Поскольку знаки работ A_{34} и A_{12} противоположны, то $A_{34} = -3A_{12}$.

Задача 5. Ускорение клина

Пусть $\vec{N}$ — сила нормальной реакции клина, действующая на стержень. Тогда на клин со стороны стержня действует сила $(-\vec{N})$ (рис. 29). Запишем уравнения движения системы в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$ma = N\sin\varphi, \qquad Ma_1 = Mg - N\cos\varphi,$$

где a_1 — ускорение стержня. Кинематическая связь между a и a_1 имеет вид: $a_1/a = \operatorname{tg}\varphi$. Из записанных уравнений находим:

$$a = \frac{g\operatorname{ctg}\varphi}{1 + \frac{m}{M}\operatorname{ctg}^2\varphi}.$$

В случае $m = M$

$$a = \frac{1}{2} g \sin 2\varphi, \qquad \text{откуда} \qquad \varphi_{max} = 45^\circ, \qquad a_{max} = \frac{g}{2}.$$

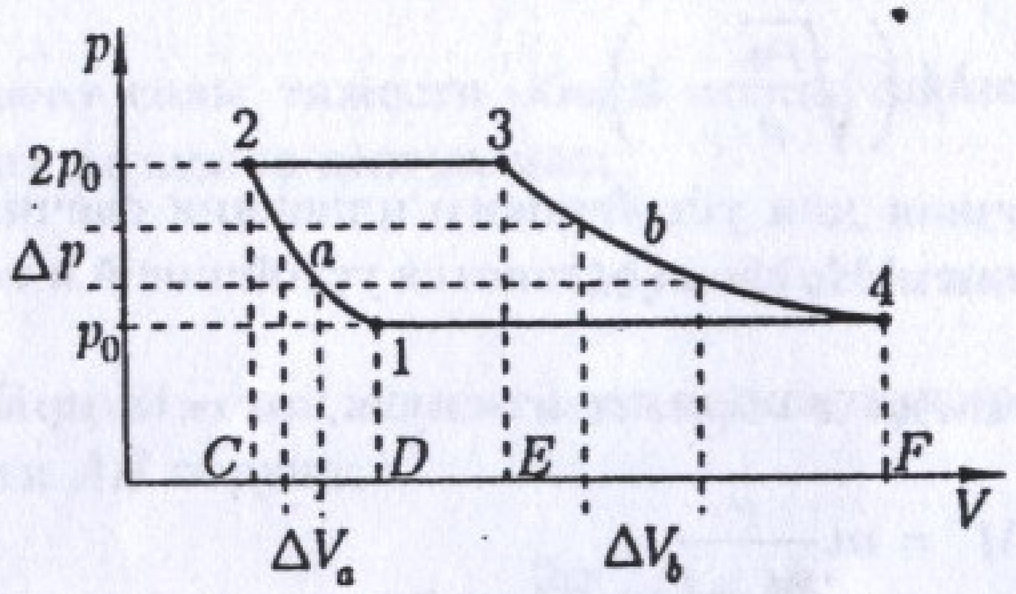


Рис. 28

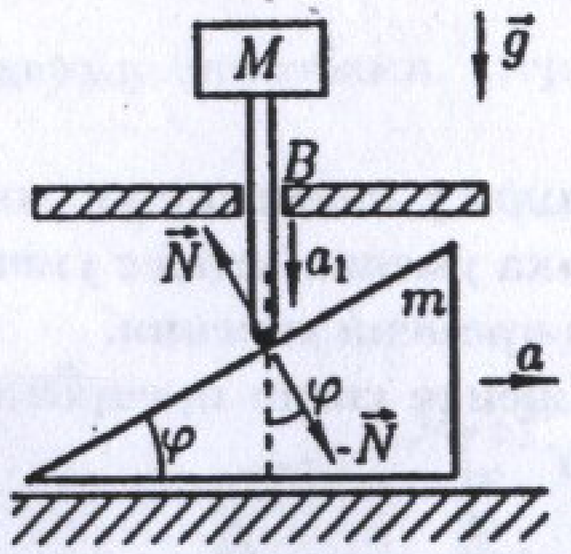


Рис. 29

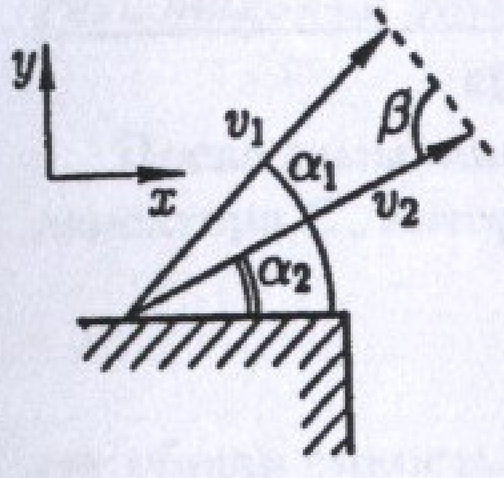


Рис. 30

Задача 1. Бросание камней

Во время полета камней их относительная скорость v остается постоянной и направленной вдоль пунктирной линии (рис. 30). Если в некоторый момент скорости камней оказались параллельны, то обе они параллельны v. Следовательно, через время τ скорость белого камня оказалась направлена под углом $\alpha_1' = \alpha_2 - \beta = -45^\circ$ к горизонту. Изменение вертикальной составляющей искомой скорости:

$$\Delta v_{1y} = v_{1x} \operatorname{tg} \alpha_1' - v_{1x} \operatorname{tg} \alpha_1 = -2v_{1x}.$$

При падении в поле тяжести $\Delta v_{1y} = -g\tau$, откуда

$$v_1 = \frac{v_{1x}}{\cos \alpha_1} = \frac{g\tau}{\sqrt{2}}.$$

Задача 2. Меркурий виден днем

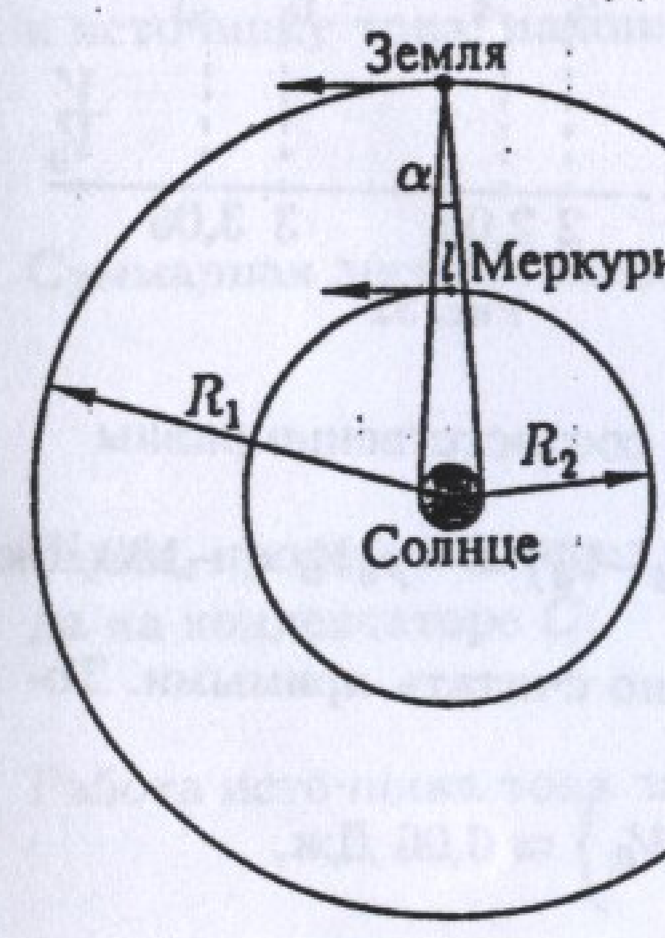


Рис. 31

Пусть $T = 365$ сут. — период обращения Земли вокруг Солнца. Угловые скорости вращения Земли и Меркурия вокруг Солнца (рис. 31):

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}, \qquad \omega_2 = \frac{2\pi}{\tau}.$$

Перейдем в систему отсчета K, вращающуюся вокруг Солнца так, что центр Земли в ней неподвижен. Угловая скорость Меркурия в этой системе отсчета

$$\omega = |\omega_2 - \omega_1| = \frac{2\pi}{\tau}\left(1 - \frac{\tau}{T}\right).$$

Пересекая солнечный диск, Меркурий в системе K проходит расстояние

$$l = \alpha(R_1 - R_2),$$

где R_1 и R_2 — радиусы орбит Земли и Меркурия. В выбранной системе отсчета Меркурий движется со скоростью $v = \omega R_2$, поэтому пройдет это расстояние за время

$$t = \frac{l}{v} = \frac{\alpha}{\omega}\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right).$$

Отношение радиусов орбит найдем из закона Кеплера:

$$\frac{R_1^3}{T^2} = \text{const} = \frac{R_2^3}{\tau^2}, \qquad \text{откуда} \qquad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{T}{\tau}\right)^{2/3}.$$

Таким образом,

$$t = \frac{\alpha}{2\pi}\tau\left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^{-1}\left(\left(\frac{T}{\tau}\right)^{2/3} - 1\right) \approx 6 \text{ час}.$$

В этом решении мы пренебрегли собственным вращением Земли, которое сказывается в виде небольшого смещения наблюдателя.

Задача 3. Тепловая машина

Изобразим процесс на pV-диаграмме (рис. 32). Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, найдем объем газа в точках 1, 2, 3 и 4:

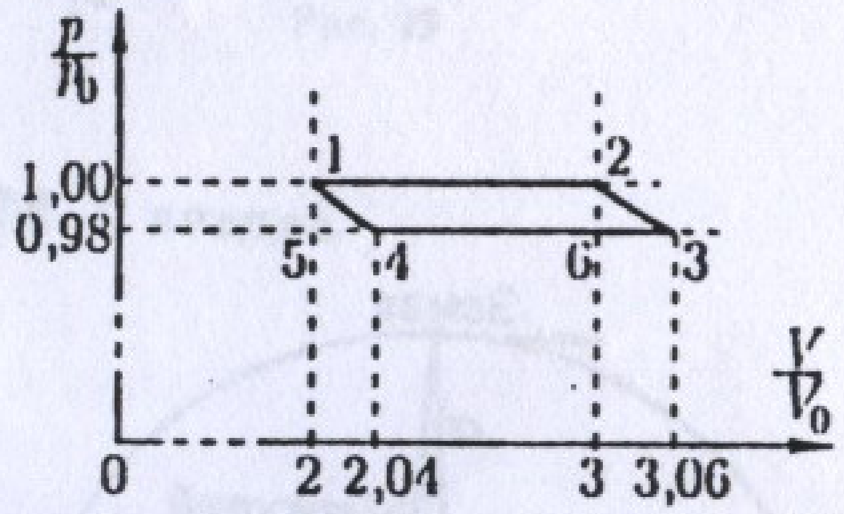


Рис. 32

$$V_1 = 2\frac{\nu RT_0}{p_0} = 2V_0, \quad V_4 = \frac{2V_0}{0{,}98} \approx 2{,}04V_0,$$

$$V_2 = \frac{\nu RT_0}{p_0} = 3V_0, \qquad V_3 = \frac{3V_0}{0{,}98} \approx 3{,}06V_0,$$

где $V_0 = \nu RT_0/p_0$. Работы газа на участках 1-2 и 3-4 соответственно равны

$$A_{1-2} = p_0(V_2 - V_1) = p_0V_0 = 100 \text{ Дж}, \quad A_{34} = 0{,}98p_0(V_4 - V_3) = -p_0V_0 = -100 \text{ Дж}.$$

Участки 1-4 и 3-2 pV-диаграммы можно приближенно считать прямыми. Тогда

$$A_{2-3} \approx \frac{p_2 + p_3}{2}(V_3 - V_2) = 0{,}99p_0\left(\frac{3V_0}{0{,}98} - 3V_0\right) \approx 6{,}06 \text{ Дж},$$

$$A_{4-1} \approx \frac{p_1 + p_4}{2}(V_1 - V_4) = 0{,}99p_0\left(2V_0 - \frac{2V_0}{0{,}98}\right) \approx -4{,}04 \text{ Дж}.$$

Погрешности этих величин не превосходят площадей треугольников 236 и 145 соответственно. При этом относительные погрешности составляют

$$\frac{\Delta A_{2-3}}{|A_{2-3}|} < \frac{S_{236}}{|A_{2-3}|} = \frac{p_2 - p_3}{p_2 + p_3} < 0{,}02,$$

$$\frac{\Delta A_{1-4}}{|A_{1-4}|} < \frac{S_{145}}{|A_{1-4}|} = \frac{p_1 - p_4}{p_1 + p_4} < 0{,}02,$$

то есть не превосходят 2%.

Задача 4. Неизвестный конденсатор

После замыкания ключа K_1 зарядится оба конденсатора. На пластине конденсатора C, которая подсоединена к источнику тока, накопится заряд

$$q_1 = C'\mathscr{E},$$

где общая емкость последовательно соединенных конденсаторов C и C_x равна

$$C' = \frac{CC_x}{C + C_x}.$$

Суммарная электростатическая энергия, запасенная в конденсаторах в этом состоянии

$$W_1 = \frac{1}{2}C'\mathscr{E}^2.$$

После замыкания ключа K_2 конденсатор C_x разрядится, а напряжение на конденсаторе C составит $\mathscr{E}$. На пластине конденсатора C, которая подсоединена к источнику тока, накопится заряд

$$q_2 = C\mathscr{E}.$$

Суммарная энергия конденсаторов в этом состоянии

$$W_2 = \frac{1}{2}C\mathscr{E}^2.$$

Заряд, протекший через источник в ходе перезарядки, равен изменению заряда на конденсаторе C:

$$q = q_2 - q_1 = \mathscr{E}(C - C').$$

Работа источника тока за время перезарядки конденсатора C

$$A = q\mathscr{E} = \mathscr{E}^2(C - C').$$

Из закона сохранения энергии

$$A = (W_2 - W_1) + Q$$

находим $C_x = 33C$.

Перед размыканием ключа K_2 тока через него не было, значит, токи в схеме не потекут и после размыкания ключа, следовательно, добавочная теплота выделяться не будет.

Задача 5. Электрон в магнитном поле

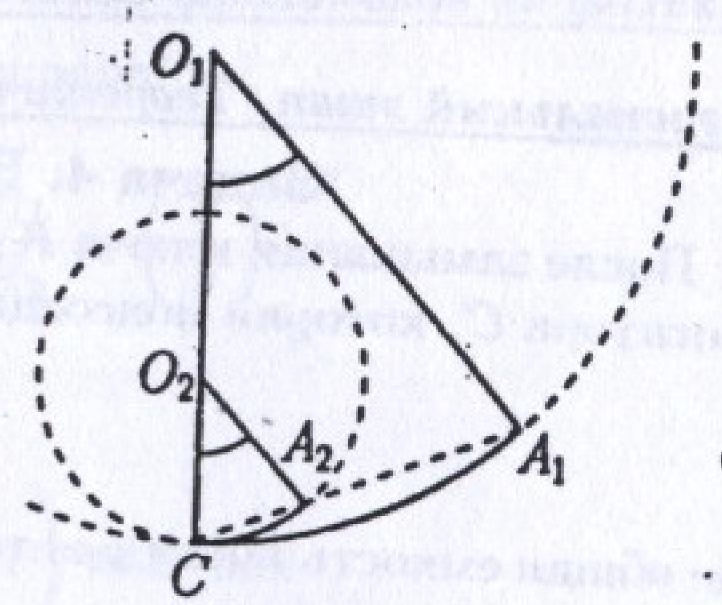


Рис. 33

В постоянном однородном магнитном поле электроны движутся по окружности радиуса

$$R = \frac{mv}{eB},$$

где m, v и e — масса, скорость и заряд электронов соответственно, B — индукция магнитного поля. При этом угловая скорость $\omega = eB/m$ не зависит от скорости электронов. Углы поворота векторов скоростей электронов в первом и во втором случаях:

$$\varphi_1 = \frac{eB}{m}\tau, \qquad \varphi_2 = \frac{e(3B)}{m}\frac{\tau}{3} = \frac{eB}{m}\tau = \varphi_1.$$

Пусть точка C обозначает положение электронной пушки, O_1 и O_2 — центры дуг окружностей, по которым движутся электроны (рис. 33). Фигуры CO_1A_1 и CO_2A_2 подобны с коэффициентом подобия 3, поэтому точки A_1, A_2 и C лежат на одной прямой, причем

$$\frac{A_1C}{A_2C} = 3, \qquad \text{откуда} \qquad A_2C = \frac{1}{2}A_1A_2.$$

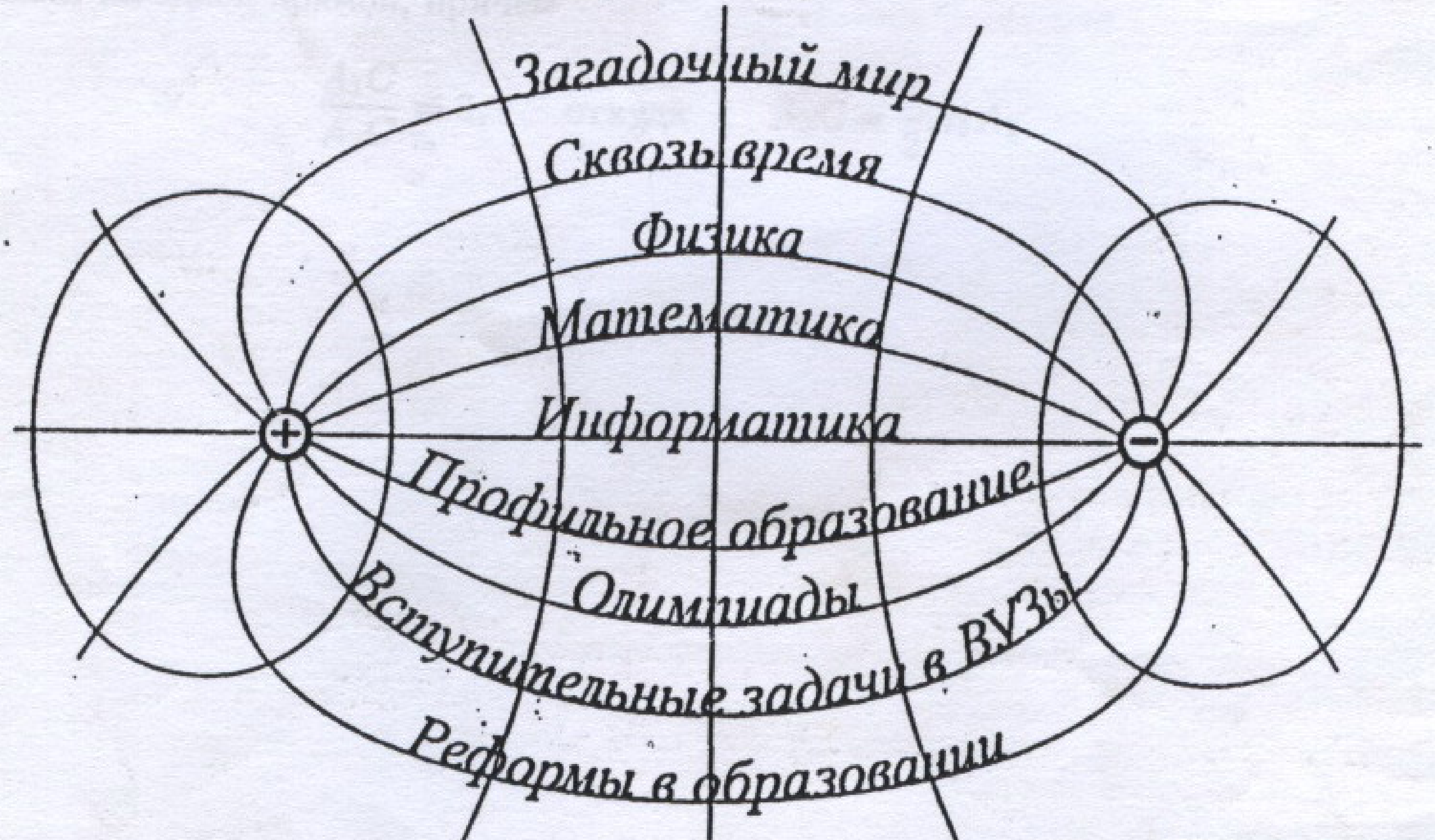
Для заметок

Потенциал

В январе 2005 года выходит первый номер научно-популярного физико-математического журнала «Потенциал» для старшеклассников и учителей. Журнал ежемесячный.

Учредителями журнала являются заочная физико-техническая школа при МФТИ и издательство «Азбука».

Рубрики журнала:



Планируемый тираж — 10000 экземпляров. Объем — 80 страниц. Приглашаются все желающие принять участие в работе журнала.

Координаты для связи с редакцией

Москва, ул. Рабочая, 84 fizteh@um.ru