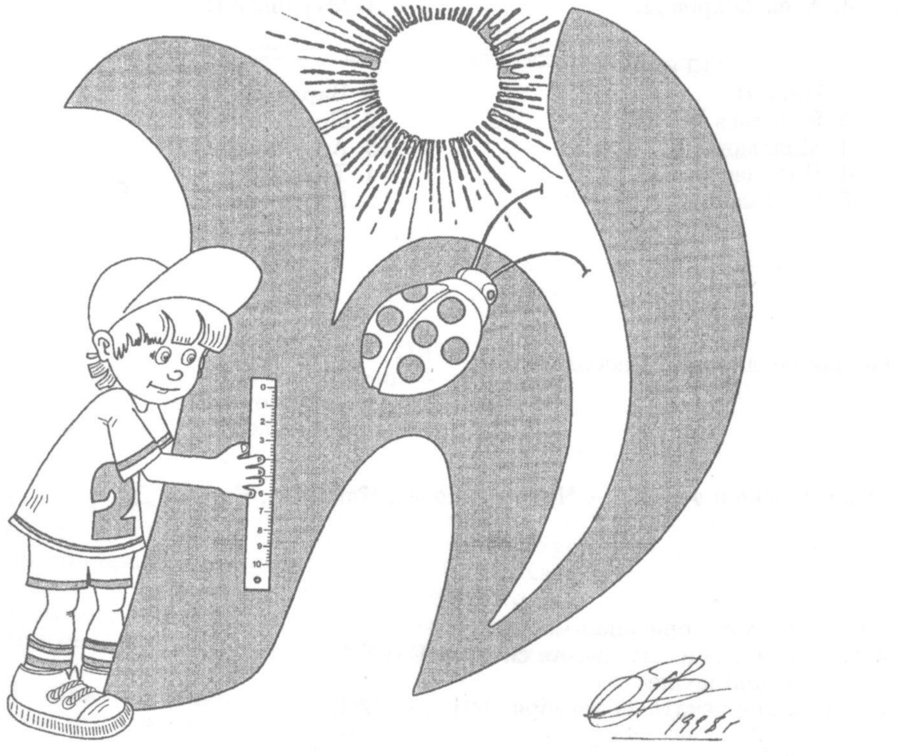
Министерство образования Российской Федерации
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXVI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Московский областной этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2001/2002 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования Российской Федерации
Тел.: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: vip@pop3.mipt.ru

Авторы задач

8 класс
1. Слободянин В.
2. Александров Д.
3. Александров Д.
4. Александров Д.

9 класс
1. Чудновский А.
2. Варламов С.
3. Слободянин В.
4. Муравьев В.

10 класс
1. Плис В.
2. Васильев М.
3. Молоканов М.
4. Чивилев В.
5. Слободянин В.

11 класс
1. Варламов С.
2. Подлесный Д.
3. Александров Д.
4. Турин В.
5. Муравьев В.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Ильин А., Бабкин Д.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 29 декабря 2001 г. в 12:42.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

Условия

8 класс

Задача 1. Дорога в Протоквашино

Путь из города в Простоквашино пролегает сначала по асфальтированному шоссе длиной 18 км, затем по проселочной дороге длиной 15 км и, наконец, последний участок пути — по дороге с гравийным покрытием. На шоссе папа Малыша ехал со скоростью в 1,5 раза выше средней, по проселочной дороге скорость его автомобиля составляла 0,75 от средней скорости, а последний участок пути он проехал за 0,2 ч со скоростью 0,875 от средней скорости. Найдите среднюю скорость автомобиля во время поездки папы из города в Простоквашино.

Задача 2. Рычаг в равновесии

При какой массе крайнего правого груза (рис. 1) рычаг будет находится в равновесии? Массы остальных грузов указаны в килограммах. Весом блока и рычага пренебречь.

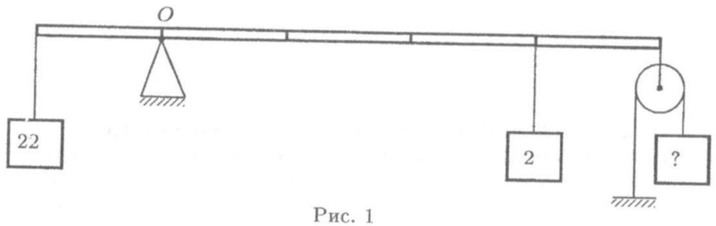


Рис. 1

Задача 3. Плавающее тело

Тело массой $m = 1$ кг и объемом $V = 2$ л плавает в жидкости, погрузившись на четверть своего объема. Какую силу F придется приложить к телу для удержания его в полностью погруженном состоянии?

Задача 4. H_2O в сосуде

В теплоизолированный сосуд поместили $m_1 = 1$ кг льда при температуре $t_1 = -20°$C, $m_2 = 1$ кг воды при температуре $t_2 = 50°$C и $m_3 = 1$ кг водяного пара при температуре $t_3 = 100°$C. Какая температура будет в сосуде после установления термодинамического равновесия? Сколько воды (в жидком состоянии) при этом останется в сосуде?

Примечание. Удельная теплоемкость льда $c_1 = 2100$ Дж/кг·К, удельная теплоемкость воды $c_2 = 4200$ Дж/кг·К, теплота плавления льда $\lambda = 335$ кДж/кг, теплота парообразования воды $r = 2{,}26$ МДж/кг. Система в течение всего эксперимента находится при атмосферном давлении.

9 класс

Задача 1. Стробоскопический эффект

Экспериментатор Глюк с помощью кинокамеры, делающей $n = 24$ кадра/с, ведет киносъемку колеса, вращающегося с периодом $T_0 = 14$ мс, . Затем при просмотре кинозаписи он засекает время t большого числа N оборотов изображения колеса на экране и определяет период вращения $T = t/N$. Какое значение периода T намеряет Глюк таким способом? На ободе колеса есть один дефект, за которым и наблюдает Глюк.

Задача 2. Вращающийся конус

Длина образующей L и диаметр D основания конуса равны 10 см. Конус катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. В некоторый момент времени скорость точки A основания конуса $v_A = 1$ м/с (рис. 2). За какое время T конус совершит полный оборот вокруг вертикальной оси OO'?

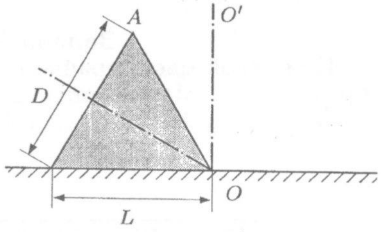


Рис. 2

Задача 3. Глюк измеряет сопротивление

Для того, чтобы измерить сопротивление резистора R, экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь (рис. 3). Показания вольтметра и амперметра были соответственно равны U_1 и I_1. На следующий день он решил повторить эксперимент и собрал цепь (рис. 4), используя то же оборудование. На этот раз показания приборов были U_2 и I_2. Чему равно значение сопротивления R? Оба раза на выходе источника тока поддерживалось одно и то же постоянное напряжение.

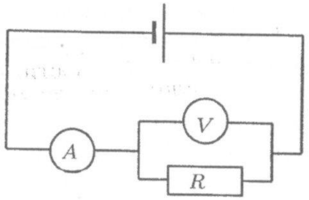


Рис. 3

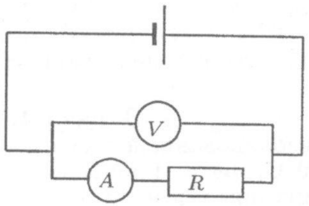


Рис. 4

Задача 4. Лед в чайнике

Для того чтобы определить удельную теплоту плавления λ льда и удельную теплоту парообразования r воды, экспериментатор Глюк поместил в электрочайник «Tefal» некоторое количество льда, залил его холодной водой и с помощью специальной сетки закрепил лед так, что он полностью оказался под водой (рис. 5). Первоначально температура воды и льда была 0°C. Затем Глюк включил чайник в сеть и стал через мерное окошко на боковой поверхности чайника наблюдать за объемом, занимаемым водой со льдом. Результаты эксперимента Глюка отражены на графике (рис. 6). Какие λ и r получил Глюк, если удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C), плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3. Считайте, что мощность чайника постоянна и все тепло от нагревателя передается воде. Теплопроводностью стенок чайника можно пренебречь.

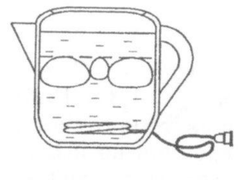


Рис. 5

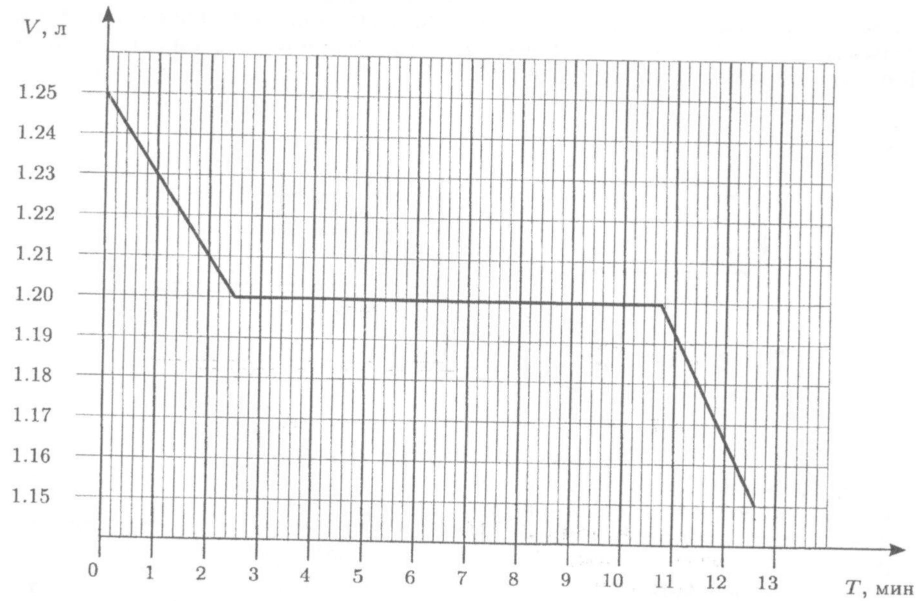


Рис. 6

10 класс

Задача 1. Скорость Луны

Свет от Солнца до Земли доходит за $\tau_1 = 500$ с, а от Земли до Луны — за $\tau_2 = 1{,}3$ с. Найдите наибольшую v_{max} и наименьшую v_{min} скорости Луны в системе отсчета, связанной с Солнцем. Как выглядит Луна в эти моменты времени на небесной сфере (с точки зрения земного наблюдателя). Изобразите качественно траекторию Луны в гелиоцентрической системе отсчета.

Примечание. Примечания. Луна вокруг Земли вращается в ту же сторону, что и Земля вокруг Солнца. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; Луна делает один оборот вокруг Земли приблизительно за 27 суток; 1 год $\approx \pi \cdot 10^7$ с.

Задача 2. Неоднородная пластина

Тонкая прямоугольная пластина постоянной толщины со сторонами $a = 144$ мм и $b = 72$ мм составлена из двух треугольников с плотностями $\rho_1 = 5$ г/см^3 и $\rho_2 = 3$ г/см^3 (рис. 7). Примерно к середине пластины (точка C) приделан крючок. Если за этот крючок привязать нить и затем всю систему погрузить в воду, то пластина примет горизонтальное положение (рис. 8). Найдите координаты точки C.

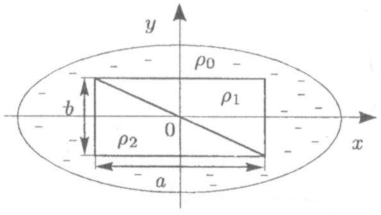


Рис. 7

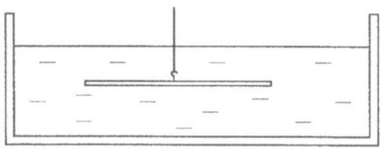


Рис. 8

Задача 3. Шарики в углу

Два груза массы m каждый соедины пружиной жесткости k и находятся на двух клиньях с углами при основаниях 45° (рис. 9). Клинья зафиксированы на основании; пружина в начальный момент расположена горизонтально и имеет длину $l_0/2$, где l_0 — ее длина в свободном состоянии. Известно, что если к пружине подвесить груз массой $8m$, то она растянется вдвое. На какую максимальную высоту подпрыгнет пружина с грузами до первого удара об опору? Трением пренебречь.

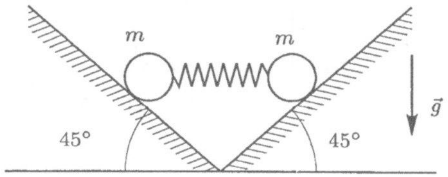


Рис. 9

Задача 4. Гиря на поршне

На столе стоит цилиндр со свободно перемещающимся поршнем и гирей на нем (рис. 10). Под поршнем при температуре T находятся в равновесии ν молей воды и 2ν ее насыщенного пара. Какое количество теплоты Q надо сообщить системе вода-пар, чтобы объем пара увеличился в 2 раза? Молярная теплота испарения воды при температуре T равна λ. Пар можно считать идеальным газом с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 3R$.

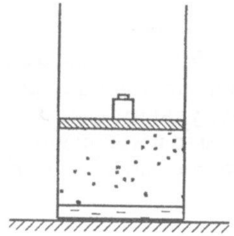


Рис. 10

Задача 5. КПД циклов

Говорят, что в архиве лорда Кельвина обнаружили рукопись, в которой автор сравнивал два циклических процесса. От времени чернила выцвели и положения осей давления и объема восстановить не удалось. Однако из текста следовало, что процессы 1-4 и 2-3 являются изохорными, 4-2 и 3-1 — изобарные, а в процессе 1-2 давление зависит линейно от объема (рис. 11). Кроме того в тексте было сказано, что КПД цикла 1-2-3-1 $\eta_1 = 25\%$. Чему равен КПД η_2 цикла 1-4-2-1?

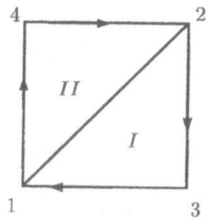


Рис. 11

11 класс

Задача 1. Футбольный мяч

Футбольный мяч при движении в воздухе испытывает силу сопротивления, пропорциональную квадрату скорости мяча относительно воздуха. Перед ударом футболиста мяч двигался в воздухе горизонтально со скоростью 20 м/с и ускорением 13 м/с^2. После удара мяч полетел вертикально вверх со скоростью 10 м/с. Каково ускорение мяча сразу после удара?

Задача 2. Игрушечный танк

Игрушечный танк массы m начинает перемещаться с одного конца доски массы M, первоначально покоящейся на горизонтальной поверхности стола, на другой ее конец (рис. 12). Если поверхность стола идеально гладкая, то после перемещения танка на правый край доски он смещается на расстояние S_1 относительно стола. На какое максимальное расстояние S_2 относительно стола он сможет переместиться при наличии трения между доской и поверхностью стола? Танк все время остается на доске и движется только вперед. Считать, что двигатель танка может развивать любую мощность, гусеницы ни при каких условиях не проскальзывают и он способен мгновенно останавливаться на доске.

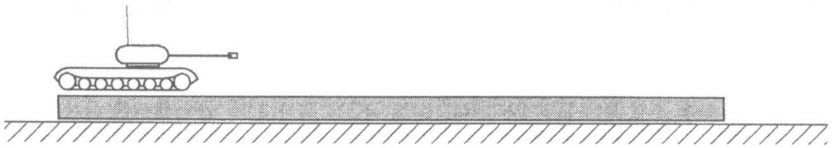


Рис. 12

Задача 3. Работа газа

С идеальным одноатомным газом провели цикл, состоящий из изобарического расширения 1-2, изотермического сжатия 2-3 и процесса 3-1, в котором молярная теплоемкость газа остается постоянной и равной R (рис. 13). Какую работу совершил газ в процессе 1-2, если в процессе 3-1 он совершил работу A.

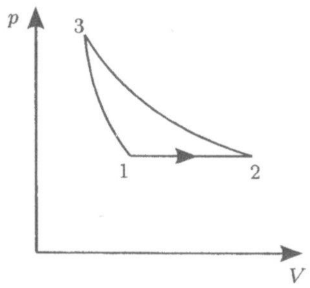


Рис. 13

Задача 4. КПД схемы

Исследуйте зависимость коэффициента полезного действия электрической цепи постоянного тока (рис. 14) от напряжения U сети. Напряжение стабилизации U_0, сопротивление ограничивающего резистора r и сопротивления нагрузки R_n известны. Полезной считайте мощность, выделяющуюся на сопротивлении R_n. Зависимость силы тока I, протекающего через стабилитрон S от напряжения приведена на (рис. 15).

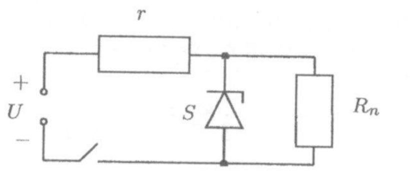


Рис. 14

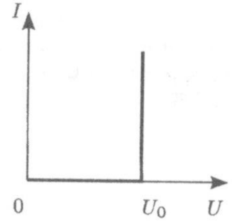


Рис. 15

Задача 5. Эффект Зеемана

В магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл спектральная линия атома водорода с длиной волны $\lambda_0 = 121$ нм расщепляется на две. Разность между длинами волн этих линий $\Delta\lambda = 1{,}37 \cdot 10^{-2}$ нм. Рассмотрите планетарную модель атома, в которой частота излучаемого света равна частоте обращения электрона вокруг ядра. Из этих данных определите отношение e/m, где e — заряд электрона, а m — его масса.

Примечание. Примечание. Считайте, что плоскость орбиты электрона перпендикулярна внешнему магнитному полю, а ее радиус не изменяется при помещении атома в магнитное поле. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Возможные решения

8 класс

Задача 1. Дорога в Простоквашино

Среднюю скорость v найдем из уравнения

$$v = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3},$$

где S_i, v_i, t_i — соответственно длина i-ого участка пути, скорость на нем и время, затраченное автомобилем на преодоление этого участка пути. Подставив $v_1 = 1{,}5v$, $v_2 = 0{,}75v$, $v_3 = 0{,}875v$, получим уравнение

$$S_1 + S_2 + \frac{7}{8} v t_3 = \frac{2}{3} S_1 + \frac{4}{3} S_2 + v t_3,$$

откуда

$$v = \frac{8(S_1 - S_2)}{3t_3} = 40\ \text{км/ч}.$$

Задача 2. Рычаг в равновесии

Натяжение нити равно весу самого правого груза: $T = Mg$. На блок действует удвоенная сила натяжения нити, так как оба куска нити тянут вниз с силой натяжения нити. Сила реакции опоры приложена к точке O, поэтому уравнение моментов относительно полюса O будет иметь вид:

$$m_1 g l_1 = m_2 g l_2 + 2Mg l_3,$$

где $m_1 = 22$ кг, $m_2 = 2$ кг, $l_2 = 3l_1$, $l_3 = 4l_1$. Отсюда находим

$$M = \frac{m_1 l_1 - m_2 l_2}{2 l_3} = 2\ \text{кг}.$$

Задача 3. Плавающее тело

Когда тело плавает, сила тяжести уравновешена силой Архимеда: $mg = \rho_ж g V_1$, где $\rho_ж$ — плотность жидкости, $V_1 = V/4$, откуда $\rho_ж = 4m/V$. В погруженном состоянии $F = F_{арх} - F_{тяж} = \rho_ж V g - mg = 3mg = 30$ Н.

Задача 4. H_2O в сосуде

Поскольку изначально пар находился при температуре 100°С, то при конденсации всего пара выделилась бы теплота $Q_1 = rm_3 = 2260$ кДж. Для плавления льда и нагревания воды массой $m_1 + m_2$ до 100°С требуется теплота $Q_2 = c_1 m_1 (0°\text{C} - t_1) + \lambda m_1 + c_2 m_1 (100°\text{C} - 0°\text{C}) + c_2 m_2 (100°\text{C} - t_2) = 1007$ кДж. Поскольку $Q_1 > Q_2$, то сконденсируется только $M = m_3 Q_2 / Q_1 = 446$ г пара, и установится температура $t = 100°$С. При этом в сосуде будет 554 г пара и 2446 г воды.

9 класс

Задача 1. Стробоскопический эффект

Кадры будут изображать положения системы с интервалом времени $\tau_0 = 1/n = 41{,}(6)$ мс. Заметим, что $\tau_0 \approx 3T_0$, точнее $\tau = \tau_0 - 3T_0 = -0{,}(3)$ мс. Значит, при переходе от кадра к кадру колесо делает почти 3 оборота, не доходя до положения, изображенного на предыдущем кадре, на часть оборота $x = |\tau|/T_0 = 0{,}0238$. При просмотре кадров колесо будет казаться вращающимся в обратную сторону, так как $x \ll 1$, а глаз воспринимает отдельные кадры как движение предмета по кратчайшему сглаженному пути, соединяющему положения, изображенные на кадрах. Таким образом, колесо совершит один полный кажущийся оборот в обратную сторону за $T = \tau_0/x = 1{,}75$ с. Именно это значение и получит Глюк указанным методом.

Задача 2. Вращающийся конус

Мгновенная ось вращения OB проходит вдоль линии касания конуса с плоскостью (рис. 16). Точка A расположена в 2 раза дальше от OB, чем точка C, находящаяся в середине основания конуса, следовательно, $v_C = v_A/2$. В результате качения конуса точка C движется по окружности радиуса $R = \frac{3}{4}L$ вокруг вертикальной оси OO'. Отсюда

$$T = \frac{2\pi R}{v_C} = \frac{3\pi L}{v_A} \approx 1\ \text{с}.$$

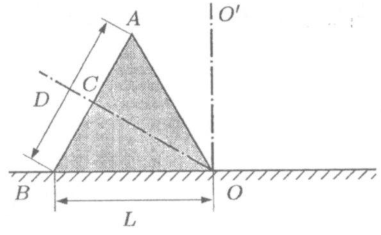


Рис. 16

Задача 3. Глюк измеряет сопротивление

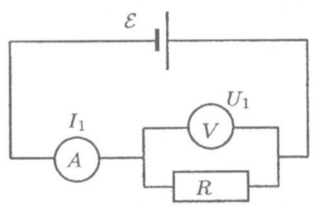


Рис. 17

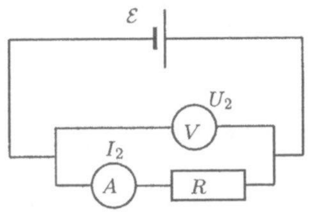


Рис. 18

Показания приборов в схемах 17 и 18 разные, потому что амперметр и вольтметр не идеальные. Пусть R_A — сопротивление амперметра, а $\mathcal{E}$ — напряжение источника, тогда закон Ома для первой и второй цепей соответственно имеет вид:

$$U_1 + I_1 R_A = \mathcal{E},$$

$$I_2 R + I_2 R_A = U_2 = \mathcal{E}.$$

Из совместного решения этих уравнений получим

$$R = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_2 - U_1}{I_1}.$$

Задача 4. Лед в чайнике

Процесс нагревания содержимого чайника можно разделить на три этапа:
1 этап — плавление льда в течение времени $\Delta t_1 = 2{,}5$ мин $- 0$ мин $= 2{,}5$ мин;
2 этап — нагрев воды на $\Delta T = 100°\text{C}$ в течение $\Delta t_2 = 10{,}75$ мин $- 2{,}5$ мин $= 8{,}25$ мин;
3 этап — испарение кипящей воды в течение $\Delta t_3 = 12{,}6$ мин $- 10{,}75$ мин $= 1{,}85$ мин.

На 1 этапе теплота, выделяемая нагревателем, идет на плавление льда. Пусть Δm_1 — количество расплавленного льда, тогда изменение объема смеси

$$\Delta V_1 = \left(\frac{\Delta m_1}{\rho_\text{в}} - \frac{\Delta m_1}{\rho_\text{л}}\right).$$

Теплота, затраченная на плавление льда

$$Q_1 = \lambda \Delta m_1 = P\Delta t_1,$$

где P — мощность чайника. Отсюда получим

$$\lambda = \frac{P\Delta t_1}{\Delta m_1} = \frac{P}{\frac{\Delta V_1}{\Delta t_1}} \cdot \left(\frac{1}{\rho_\text{в}} - \frac{1}{\rho_\text{л}}\right).$$

На втором этапе теплота нагревательного элемента идет на нагрев воды

$$Q_2 = cV_1\rho_\text{в}\Delta T = P\Delta t_2,$$

где V_1 — объем воды в чайнике к моменту, когда весь лед расплавится. Отсюда

$$P = \frac{cV_1\rho_\text{в}\Delta T}{\Delta t_2}.$$

Подставив это выражение в формулу для λ, получим

$$\lambda = \frac{c\Delta T}{\frac{\Delta t_2}{V_1}\left(\frac{\Delta V_1}{\Delta t_1}\right)} \cdot \left(\frac{\rho_\text{в}}{\rho_\text{л}} - 1\right) \approx 0{,}34 \text{ МДж/кг}.$$

На 3 этапе объем испарившейся воды $\Delta V_3 = \Delta m_3/\rho_\text{в}$, где Δm_3 — масса испарившейся воды. Теплота, затраченная на испарение

$$Q_3 = r\Delta m_3 = P\Delta t_3.$$

Окончательно,

$$r = \frac{P\Delta t_3}{\Delta m_3} = \frac{P\Delta t_3}{\rho_\text{в}\Delta V_3} = \frac{P}{\rho_\text{в}\left(\frac{\Delta V_3}{\Delta t_3}\right)} = \frac{c\Delta T}{\frac{\Delta t_2}{V_1}\left(\frac{\Delta V_3}{\Delta t_3}\right)} \approx 2{,}26 \text{ МДж/кг}.$$

10 класс

Задача 1. Скорость Луны

Земля движется вокруг Солнца по окружности радиуса $R_1 = c\tau_1$ со скоростью

$$v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1} = \frac{2\pi c\tau_1}{T_1} \approx 30 \text{ км/с},$$

где $T_1 = 1$ год — период обращения Земли. Аналогично, в системе отсчета Земли Луна движется по окружности радиуса $R_2 = c\tau_2$ со скоростью

$$v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2} = \frac{2\pi c\tau_2}{T_2} \approx 1 \text{ км/с},$$

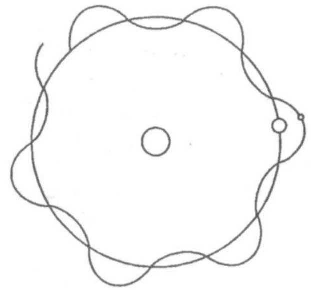


Рис. 19

где $T_2 \approx 27$ суток — период обращения Луны вокруг Земли. Скорость Луны в гелиоцентрической системе отсчета $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Она будет максимальной, когда v_1 сонаправлена с v_2, и минимальной, когда v_1 и v_2 направлены в разные стороны. Значения скоростей: $v_{max} = v_1 + v_2 = 31$ км/с, $v_{min} = v_1 - v_2 = 29$ км/с. Обе искомые скорости сонаправлены с v_1, то есть направлены перпендикулярно радиусу, соединяющему центры Солнца и Земли (рис. 19).

Поскольку Луна вращается вокруг Земли в ту же сторону, что и Земля вокруг Солнца, то максимальная скорость Луны будет достигаться, когда она находится на максимальном удалении от Солнца. В этот момент освещенная сторона Луны обращена к Земле, что соответствует полнолунию. Заметим, что именно в этом положении иногда бывают лунные затмения. Минимальную скорость Луна имеет на минимальном удалении от Солнца. В этот момент она обращена к Земле теневой стороной. В этом состоянии возможно солнечное затмение.

Траектория Луны в гелиоцентрической системе отсчета похожа на свернутую в кольцо синусоиду. Заметим, что она не имеет самопересечений в течении одного года, а само движение не строго периодическое, то есть Луна не повторяет свою траекторию при следующем обороте Земли вокруг Солнца.

Задача 2. Неоднородная пластина

Центр масс каждого из треугольников лежит на пересечении медиан. Следовательно, координаты центра масс первого треугольника $x_1 = a/6$, $y_1 = b/6$; а второго — $x_2 = -a/6$, $y_2 = -b/6$. Пластина будет горизонтальна, если выполняется равенство моментов сил, действующих на каждый треугольник, относительно точки C:

$$(\rho_1 - \rho_0)Vg(x_1 - x_0) + (\rho_2 - \rho_0)Vg(x_2 - x_0) = 0,$$

где ρ_0 — плотность воды, V — объем каждого треугольника, x_0 — координата точки C по оси x. Отсюда находим

$$x_0 = x_1 \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0} = 8 \text{ мм}.$$

Аналогично, находим $y_0 = 4$ мм.

Задача 3. Шарики в углу

Энергия системы в исходном состоянии:

$$W_0 = 2mgH_0 + \frac{k(l_0/2)^2}{2} = \frac{mgl_0}{2} + \frac{kl_0^2}{8},$$

где $H_0 = l_0/4$. В момент отрыва $\vec{N} = 0$ (рис. 20), откуда следует, что модуль силы F, действующей со стороны пружины на груз, равен модулю силы тяжести, то есть $F = k\Delta l = mg$, где удлинение пружины $\Delta l = l_0/8$.

Длина пружины в момент отрыва:

$$l_0 + \frac{l_0}{8} = \frac{9}{8}l_0, \qquad H_{\text{отр}} = \frac{9}{16}l_0.$$

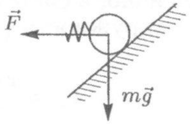


Рис. 20

Согласно закону сохранения энергии $W_0 = W_{\text{отр}}$, где

$$W_{\text{отр}} = 2\cdot\frac{mv^2}{2} + \frac{9}{8}mgl_0 + \frac{kl_0^2}{128},$$

откуда следует, что в момент отрыва

$$v = \sqrt{5gl_0}/4,$$

а вертикальная составляющая скорости шарика

$$v_y = \sqrt{5gl_0}/(4\sqrt{2}).$$

Далее система будет подниматься. На нее действует только сила тяжести. Высота подъема от уровня, на котором произошел отрыв шариков от клиньев

$$H_x = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{5gl_0}{64g} = \frac{5}{64}l_0.$$

Общая высота подъема грузов

$$H_{\text{общ}} = H_{\text{отр}} + H_x = \frac{9}{16}l_0 + \frac{5}{64}l_0 = \frac{41}{64}l_0.$$

Задача 4. Гиря на поршне

При нагревании сначала испаряется вся вода при постоянных давлении p и температуре T, а затем температура получившегося пара (3ν) увеличивается на ΔT при постоянном давлении. Количество теплоты, необходимое для испарения воды, $Q_1 = \nu\lambda$. Количество теплоты, затраченное на нагревание пара, $Q_2 = 3\nu C_V\Delta T + A$. Поскольку работа пара $A = p\Delta V = 3\nu R\Delta T$, то $Q_2 = 12\nu R\Delta T$. Запишем уравнения состояния пара для начального объема V и конечного $2V$:

$$pV = 2\nu RT, \qquad p\cdot 2V = 3\nu R(T + \Delta T).$$

Отсюда $\Delta T = T/3$, следовательно, искомое $Q = Q_1 + Q_2 = \nu\lambda + 4\nu RT$.

Задача 5. КПД циклов

Полезная работа A, совершаемая газом за цикл, одинакова в обоих случаях. В первом случае $\eta_1 = A/Q_1$, где теплота, подведенная к газу за цикл, $Q_1 = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$, а ΔU_{12} — изменение внутренней энергии газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 21). Во втором случае $\eta_2 = A/Q_2$, где аналогично первому случаю

$$Q_2 = Q_{14} + Q_{42} = \Delta U_{14} + (\Delta U_{42} + A_{42}) = \Delta U_{12} + A_{42}.$$

Заметим, что $A_{42} = A_{12} + A$. Отсюда

$$\eta_2 = \frac{A}{\Delta U_{12} + A_{12} + A}.$$

Запишем последнюю формулу в виде

$$\frac{1}{\eta_2} = \frac{\Delta U_{12} + A_{12}}{A} + 1 = \frac{1}{\eta_1} + 1,$$

откуда

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_1 + 1} = 20\%.$$

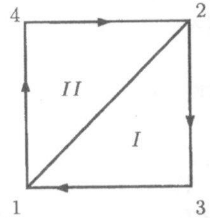


Рис. 21

11 класс

Задача 1. Футбольный мяч

На мяч в воздухе действуют две силы: сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Совместное действие этих сил сообщает мячу ускорение. До удара квадрат модуля ускорения был равен $a_1^2 = g^2 + F_1^2/m^2$, где m — масса мяча. После удара ускорение мяча направлено вниз и равно $a_2 = g + F_2/m$. Силы сопротивления F_1 и F_2 отличаются друг от друга в четыре раза, так как скорости отличаются в два раза, а силы сопротивления пропорциональны квадрату скорости. Отсюда $a_2 = g + \frac{1}{4}\sqrt{a_1^2 - g^2} \approx 1{,}2g \approx 12$ м/с^2.

Задача 2. Игрушечный танк

В случае гладкой поверхности стола центр масс системы останется неподвижен. Пусть l — путь танка по доске, S_0 — смещение доски относительно стола, тогда

$$S_1 m = S_0 M, \qquad S_1 = l - S_0,$$

откуда

$$l = S_1 \frac{M+m}{M}.$$

При наличии трения между доской и поверхностью стола танк должен ехать по доске с таким ускорением a_{max}, при котором доска еще не движется, а на конце доски резко остановиться, чтобы проехать дополнительное расстояние вместе с доской. В этом случае

$$a_{max} = \frac{(F_{\text{тр}})_{max}}{m} = \mu g \frac{M+m}{m},$$

где μ — коэффициент трения между доской и поверхностью стола. Перед резким торможением на конце доски танк будет иметь скорость

$$v = \sqrt{2a_{max} l} = \sqrt{2\mu g l \frac{M+m}{m}}.$$

Согласно закону сохранения импульса сразу после торможения доска и игрушка начнут совместное скольжение по поверхности с начальной скоростью

$$u = \frac{mv}{M+m} = \sqrt{2\mu g l \frac{m}{M+m}}.$$

В силу закона сохранения энергии они остановятся, пройдя путь

$$S = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{m}{M+m} l.$$

Таким образом,

$$S_2 = l + S = S_1(\cancel{2 +} \frac{m}{M}). = S_1\left(1 + 2\frac{m}{M}\right)$$

Заметим, что результат не зависит от коэффициента трения μ. Однако при $\mu = 0$ танк пройдет путь $S_1 \neq S_2$. Подумайте почему.

Задача 3. Работа газа

Запишем первое начало термодинамики для изобарического процесса 1-2:

$$Q_{12} = \nu C_p \Delta T, \qquad \Delta U_{12} = \nu C_V \Delta T,$$

где Q_{12} — теплота, отданная газу, ΔT — изменение температуры газа. Работа, совершенная газом:

$$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = \nu R \Delta T = \frac{2}{3}(U_2 - U_1)$$

U_1, U_2 и U_3 — внутреняя энергия газа в точках 1, 2 и 3 соответственно. Так как процесс 2-3 изотермический: $U_2 = U_3$

Рассмотрим процесс 1-3. Пусть Q_{31} — выделившееся тепло, ΔU_{31} — изменение внутренней энергии, тогда

$$Q_{31} = \nu R \Delta T, \qquad \Delta U_{31} = \nu C_V \Delta T,$$

Выразим работу газа:

$$A = \nu(R - C_V)\Delta T = \frac{\nu(R - C_V)}{\nu C_V}(U_1 - U_3) = \frac{C_V - R}{C_V}(U_2 - U_1) = \frac{1}{3}(U_2 - U_1),$$

откуда $A_{12} = 2A$.

Задача 4. КПД схемы

Пусть $U \gg U_0$, тогда согласно закону Ома для замкнутого участка цепи $I_r = (U - U_0)/r$. Мощность нагрузки $P_n = U_0^2/R_n$. Мощность исследуемой цепи $P = I_r U = U(U - U_0)/r$. Отсюда находим КПД цепи

$$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{r}{R_n}\frac{U_0^2}{U(U - U_0)}.$$

Из этой формулы следует, что $\eta \to \infty$ при $U \to U_0$, но это физически бессмысленно. Нетрудно понять, что напряжение на сопротивлении нагрузки не будет стабилизироваться после того, как ток стабилитрона станет равным нулю. В этом случае $I_n = U/(r + R_n)$, мощность нагрузки $P_n = I_n^2 R_n$, мощность всей цепи $P = I_n^2(R + r)$. Отсюда получим $\eta = \frac{R_n}{R_n + r}$, то есть он не зависит от напряжения сети.

Найдем критическое значение напряжения сети, при котором стабилитрон перестает работать. Это произойдет, когда $I_n = I_r$, то есть $\frac{U_0}{R_n} = \frac{U_{\text{кр}} - U_0}{r}$. Отсюда следует, что $U_{\text{кр}} = U_0(1 + \frac{r}{R_n})$.

Таким образом, при возрастании U от 0 до $U_{\text{кр}}$ коэффициент полезного действия цепи постоянен

$$\eta = \frac{R_n}{R_n + r}.$$

При возрастании напряжения выше $U_{\text{кр}}$

$$\eta = \frac{r}{R_n}\frac{U_0^2}{U(U - U_0)}.$$

Задача 5. Эффект Зеемана

Перейдем от длин волн к угловым скоростям электрона в атоме по формуле $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$. Расщеплению спектральных линий $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ соответствует расщепление $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$. По условию $\Delta\lambda \ll \lambda$, значит $\Delta\omega \ll \omega$, поэтому

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = 2\pi c(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}) = \frac{2\pi c\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2} \approx \frac{2\pi c\Delta\lambda}{\lambda_0^2}. \qquad (1)$$

Центростремительное ускорение электрона в атоме обеспечивается силой Кулона:

$$a_0 = \omega_0^2 R = \frac{F}{m} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon R^2 m}, \qquad (2)$$

где R — расстояние от ядра до электрона, ω_0 — угловая скорость вращения электрона вокруг ядра в отсутствие внешнего магнитного поля. При помещении же атома в поле

$$a = \omega^2 R = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon R^2 m} + \frac{evB}{m}, \qquad (3)$$

где ω — угловая скорость вращения электрона вокруг ядра во внешнем магнитном поле, а $v = \omega R$. Будем считать, что $\omega > 0$, если вращение электрона связано правилом правого буравчика с направлением магнитного поля, и $\omega < 0$ в случае левого буравчика. Из (2) и (3) получаем

$$\omega^2 - \frac{eB}{m}\omega - \omega_0^2 = 0.$$

По теореме Виета

$$\omega_1' + \omega_2' = \frac{eB}{m}, \qquad \omega_1'\omega_2' = -\omega_0^2,$$

где ω_1', ω_2' — корни уравнения. Полученные частоты соответствуют частотам двух спектральных линий, наблюдаемых в эксперименте: $\omega_1 = \omega_1'$, $\omega_2 = |\omega_2'|$.

Значит, $$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \omega_1' + \omega_2' = \frac{eB}{m}. \qquad (4)$$

Приравняем (1) и (4):

$$2\pi\frac{c}{\lambda_0^2}\Delta\lambda = \frac{eB}{m},$$

откуда

$$\frac{e}{m} = 2\pi c\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2 B} = 1{,}76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}.$$