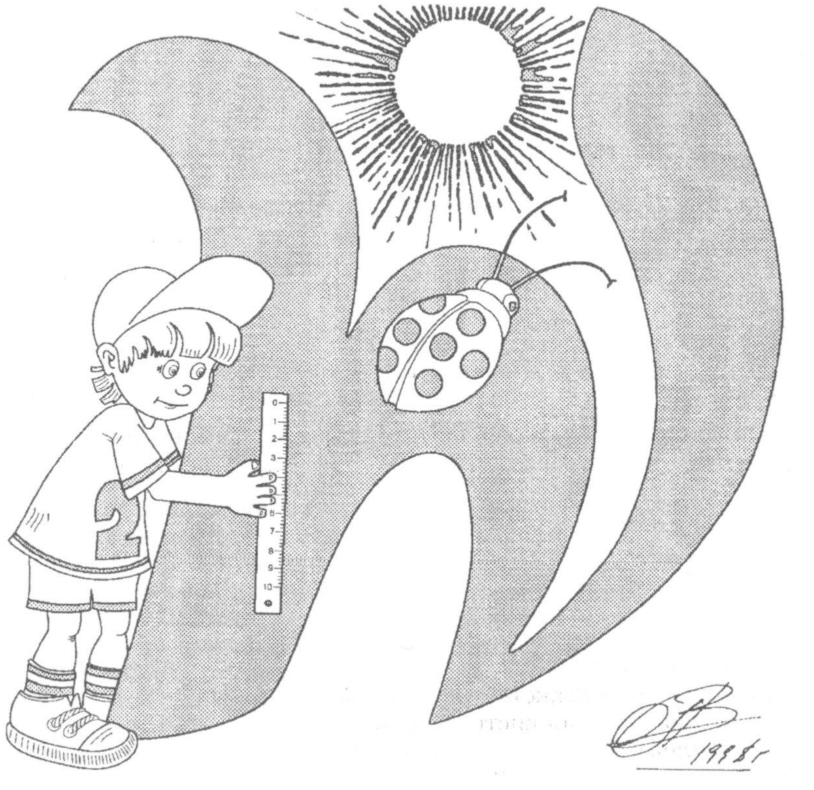
Министерство образования Российской Федерации
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXVII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Зональный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2002/2003 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования Российской Федерации
Тел.: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: vip@pop3.mipt.ru

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Дунин С.	1. Кузьмичев С.	1. Шведов О.
2. Крюков А.	2. Шведов О.	2. Слободянин В.

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В., Чудновский А.

Оформление и верстка — Чудновский А., Ильин А., Самокотин А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.

Подписано в печать 11 марта 2003 г. в 16:39.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

Условия

9 класс

Задача 1. Плотность тела

Определить плотность тела. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

Оборудование. Два сосуда (высокий, но узкий и широкий, но низкий), деревянный цилиндр, блок, штатив, кусок проволоки, нить, миллиметровая бумага, скотч, вода, тело неизвестной плотности.

Задача 2. Фокус зеркала

Параболическим называется зеркало, которое в любом сечении, проходящем через ось симметрии, имеет форму параболы. Известно, что если на такое зеркало падают лучи света параллельно оси симметрии, то после отражения все они пересекаются в одной точке, называемой фокусом. На выданном вам листе начерчен фрагмент параболы и проведены линии, вдоль которых должны падать лучи света. С помощью имеющегося оборудования найдите положение точки фокуса.

Оборудование. Лист картона формата $A3$, 4 булавки с круглыми головками, зеркало, линейка без делений, лист бумаги с чертежом.

10 класс

Задача 1. Пластилин в трубе

Определите длину l_1 пластилиновой пробки, вставленной с одной стороны в цилиндрическую трубку (рис. 1).

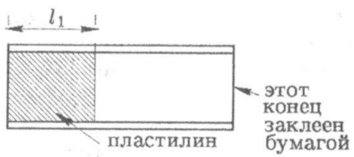


Рис. 1

Оборудование. Трубка с пластилиновой пробкой, линейка, нитки, брусок из пластилина известной массы, пластмассовый нож.

ВНИМАНИЕ. Вскрывать заклееный конец трубки и как-либо нарушать пластилиновую пробку запрещено.

Задача 2. Почти равные сопротивления

Расположите выданные вам неизвестные резисторы в порядке убывания сопротивлений $R_1 > R_2 > R_3 > R_4$. Найдите R_1, R_2, R_3, R_4. Определите с как можно большей точностью отношения $(R_1 - R_2)/R_1$ и $(R_3 - R_4)/R_3$, про которые известно, что они много меньше единицы.

Оборудование. Источник тока с неизвестным внутренним сопротивлением, резистор с известным сопротивлением R_0, четыре резистора с неизвестными сопротивлениями, многопредельный вольтметр, который можно считать идеальным, соединительные провода.

11 класс

Задача 1. Неизвестные резисторы

В «черном ящике» с тремя выводами собрана схема (рис. 2). Напряжение U источника тока задано. Один из резисторов R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 заменен соединительным проводом. Определите, какой это резистор. Сопротивления каких резисторов можно найти, используя имеющееся оборудование? Найдите эти сопротивления. Сопротивления проводов, источника тока, амперметра малы.

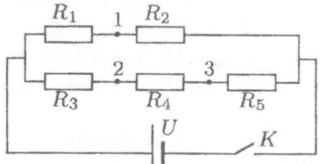


Рис. 2

Оборудование. «Черный ящик», амперметр, соединительные провода.

Задача 2. «Биения»

В колебательной системе, состоящей из двух математических маятников, между маятниками существует слабая связь, осуществляемая за счет системы подвеса (рис. 3). Если в системе возбудить колебания первого маятника (например, груз m_1) в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка, то с течением времени амплитуда колебаний второго маятника (груз m_2) начнет возрастать, а первого — убывать. Через некоторое время τ колебания первого груза практически прекратятся, а амплитуда колебаний второго маятника станет почти такой же, какой была вначале у первого маятника.

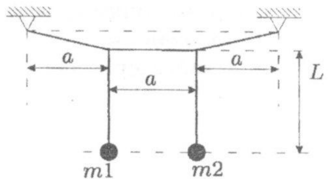


Рис. 3

Далее амплитуда колебаний второго маятника начнет уменьшаться, а первого — возрастать, и через время $T = 2\tau$ после возбуждения колебаний амплитуды колебаний маятников станут такими же, как и в начале эксперимента. Такие периодические изменения во времени амплитуды колебаний называются биениями.

Оказывается, период T биений зависит от длины L подвеса математических маятников по закону: $T = AL^n$, где A — коэффициент пропорциональности, а n — показатель степени.

Определите численное значение показателя степени n, изменяя длину маятника от 15 см до 1 м.

Оборудование. Штатив с лапкой, планка с закрепленным на ней шнуром (рис. 5), две гайки М6 — М8 (грузы m_1 и m_2), нитки (три куска по 1 м), рулетка, секундомер, миллиметровая бумага.

Примечание. Штатив следует установить на край стола так, чтобы длина маятника могла достигать 1 метра.

Рис. 4

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Плотность тела

Рекомендации для организаторов. Выданной проволоки должно быть достаточно для того, чтобы заставить деревянный цилиндр плавать вертикально погруженным почти полностью в высоком сосуде, в качестве которого можно взять школьную мензурку. Диаметр блока должен быть не менее диаметра высокого сосуда, а размеры исследуемого тела — не позволять погружать его в высокий сосуд. Вес исследуемого тела должен быть приблизительно на $25 \div 30\%$ меньше веса деревянного цилиндра, а плотность тела — больше плотности воды. Длина нити ≈ 70 см.

Решение. На одном конце деревянного цилиндра намотаем такое количество проволоки, чтобы он плавал в воде вертикально, будучи погруженным почти полностью. На боковой стенке деревянного цилиндра закрепим при помощи скотча полоску миллиметровой бумаги, создав тем самым возможность измерять глубину погружения цилиндра. К верхней части цилиндра привяжем кусок нити, второй конец которой привяжем к исследуемому телу и перекинем нить через блок. Цилиндр опустим в высокий сосуд с водой, и замерим, на какую величину меняется длина его погруженной части в том случае, когда исследуемое тело подвешено в воздухе и, когда в воде (в широком сосуде). При измерениях примем меры, чтобы учесть трение в оси блока (или удостоверимся, что им можно пренебречь).

Пусть под действием нити цилиндр в первом случае дополнительно выдвигается из воды на высоту H_1, а во втором — на H_2. Тогда, из-за однородности цилиндра и условия равновесия всей системы на блоке, отношение веса исследуемого тела в воздухе к отношению его веса в воде равно H_1/H_2. Отсюда плотность тела $\rho = \rho_0 H_1/(H_1 - H_2)$.

Задача 2. Фокус зеркала

Рекомендации для организаторов. Приблизительные размеры зеркала: 3 см в высоту и 5 см в ширину; зеркало должно быть снабжено подставкой, позволяющей устанавливать его на столе вертикально (можно приклеить на заднюю сторону деревянный брусочек) так, чтобы нижний край зеркала совпадал с плоскостью стола. В качестве линейки без делений ученикам можно предложить незаточенный граненый карандаш или обычную линейку, у которой деления закрыты непрозрачной клейкой лентой.

Решение. Метод нахождения фокуса следует из того, что на малом участке вблизи какой-нибудь точки, участок кривой практически совпадает с участком касательной, проведенной к кривой в этой точке. Поэтому луч, падающий в какой-нибудь точке на изогнутое зеркало, отразится от него под тем же углом, под которым он отразится от плоского зеркала, установленного в той же точке по касательной к линии, образующей поверхность изогнутого зеркала. Будем устанавливать выданное зеркало так, чтобы его плоскость как можно точнее совпадала с касательной к вычерченной параболе в точках, где парабола пересекается с проведенными параллельными линиями, и каждый раз с помощью булавок и линейки строить ход отраженного луча. Для этого надо выставить две булавки на соответствующей линии, а две — так, чтобы они были на одной прямой с изображением первых булавок в зеркале. Прямая, проведенная через точки, в которые вколоты две вторые булавки, и определит ход отраженного луча.

Из-за приблизительности определения положения плоского зеркала и неточностей построения проведенные лучи будут пересекаться в близких, но не совпадающих точках. Нарисуем окружность минимального радиуса, охватывающую все точки пересечения. Центр окружности можно принять за положение фокуса, а ее радиус — считать оценкой погрешности (более точной оценкой будет радиус окружности, включающей две трети полученных точек).

10 класс

Задача 1. Пластилин в трубе

Рекомендации для организаторов. В качестве трубки целесообразно взять металлопластиковую водопроводную трубу диаметром 1/2 дюйма (алюминиевая основа трубы покрыта пластиком с двух сторон). Такие трубы можно приобрести на рынке стройматериалов. Длина выдаваемого участникам олимпиады отрезка трубы $l_0 = 15 \div 20$ см. Длина пластилиновой пробки $l_1 \approx 5$ см. Выдаваемый участникам пластилиновый брусок должен быть правильной формы (постоянного поперечного сечения). Лучше всего выдавать пластилин непосредственно из коробки. Масса выдаваемого пластилинового бруска должна быть больше массы пластилиновой пробки.

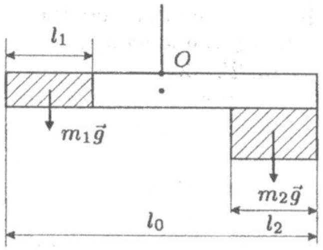


Рис. 5

Решение. Пластилиновый брусок прямоугольного сечения (размеры $a \times b$) прикрепляем к трубке так, чтобы один из концов бруска совпадал с концом трубки. Изменяя длину бруска l_2, добиваемся, чтобы при подвешивании за середину трубки она принимала горизонтальное положение. Уравнение моментов относительно полюса O:

$$m_1 g(l_0/2 - l_1/2) = m_2 g(l_0/2 - l_2/2), \qquad \text{откуда}$$

$$m_1(l_0 - l_1) = m_2(l_0 - l_2). \tag{1}$$

Массы кусков пластилина

$$m_1 = \rho\frac{\pi d^2}{4} l_1, \tag{2}$$

$$m_2 = \rho a b l_2, \tag{3}$$

где d — диаметр трубки, a и b — размеры прикрепленного бруска. Из уравнений (1-3) получаем:

$$l_1^2 - l_1 l_0 + \alpha(l_0 - l_2)l_2 = 0,$$

где $\alpha = S/S_0 = 4ab/(\pi d^2)$. Решая это квадратное уравнение относительно l_1, находим

$$l_1 = \frac{l_0}{2} - \sqrt{\frac{l_0^2}{4} - \alpha(l_0 - l_2)l_2}. \tag{4}$$

Здесь учтено, что $l_1 < l_0/2$. С помощью линейки проводим все необходимые измерения, после чего по формуле (4) вычисляем l_1.

Задача 2. Почти равные сопротивления

Рекомендации для организаторов. Величины неизвестных сопротивлений R_1, R_3 и известного сопротивления R_0 должны быть одного порядка, но разными (могут отличаться в два-три раза, например, $R_1 \approx R_2 \approx 300$ Ом, $R_3 \approx R_4 \approx 200$ Ом, $R_0 \approx 500$ Ом). Малые отношения $(R_1 - R_2)/R_1$ и $(R_3 - R_4)/R_3$ должны быть также одного порядка, но разными (например, $(R_1 - R_2)/R_1 \approx 0{,}04$, $(R_3 - R_4)/R_3 \approx 0{,}03$). Пару резисторов с близкими сопротивлениями можно изготовить, взяв два одинаковых резистора (например 300 Ом) и подключив к одному из них резистор с большим сопротивлением (несколько килоом). Многопредельный вольтметр должен с достаточной точностью измерять как напряжение порядка ЭДС батарейки $\mathcal{E}$, так и напряжения порядка $\mathcal{E}(R_1 - R_2)/R_1$, имея на всех пределах внутренние сопротивления, много большие сопротивления резисторов. При тестировании задачи использовался цифровой мультиметр ИТ20В и батарейка с ЭДС порядка 5 В.

Решение. Грубо значение сопротивления R_x можно найти, собрав схему (рис. 6) из батарейки, неизвестного резистора R_x и резистора известного сопротивления R_0. Тогда отношение сопротивлений равно отношению напряжений на резисторах, которые измеряются вольтметром на «грубом» пределе. Чтобы найти отношения $(R_1 - R_2)/R_1$ и $(R_3 - R_4)/R_3$ с большей точностью, соберем две «мостовые схемы» (рис. 7 и рис. 8). Тогда напряжения U_{12} будут одинаковыми, а измеряемые вольтметром напряжения — малыми (напряжение U_{12} можно измерить на грубом пределе). Показания вольтметра в первом случае

$$U_1 = U_{12}\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4}\right),$$

во втором случае

$$U_2 = U_{12}\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right).$$

Тогда $\frac{U_2}{U_{12}} - \frac{U_1}{U_{12}} = \frac{R_3 - R_4}{R_3 + R_4}$, $\frac{U_2}{U_{12}} + \frac{U_1}{U_{12}} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}$. Отсюда находим

$$\frac{R_3 - R_4}{R_3} \approx 2\frac{R_3 - R_4}{R_3 + R_4} = 2\left(\frac{U_2}{U_{12}} - \frac{U_1}{U_{12}}\right),$$

$$\frac{R_1 - R_2}{R_1} \approx 2\frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = 2\left(\frac{U_2}{U_{12}} + \frac{U_1}{U_{12}}\right).$$

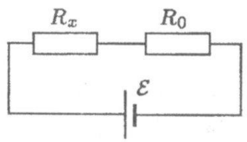


Рис. 6

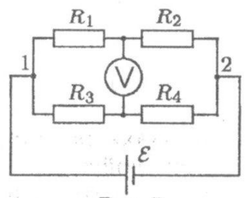


Рис. 7

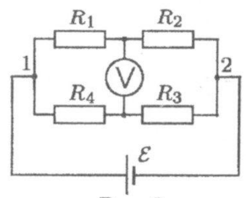


Рис. 8

11 класс

Задача 1. Неизвестные резисторы

Рекомендации для организаторов. Соединительным проводом нужно заменить резистор R_3 или R_5. Сопротивления резисторов R_1, R_2, R_3, R_4 должны быть порядка 1 кОм (но разными). Амперметр должен измерять силу тока U/R_i и $2U/R_i$. Сопротивление источника тока и амперметра должно быть много меньше R_1, R_2, R_3, R_4. Для измерения силы тока можно использовать школьный миллиамперметр или цифровой мультиметр. Вся цепь, схема которой изображена на рисунке, помещается в «черный ящик», из котрого делаются три вывода (от точек 1, 2 и 3). Желательно выводы делать из проводов разного цвета. Ручку (кнопку) ключа K следует вывести из «черного ящика».

Решение. Не используя резистор, можно провести следующие измерения:

N	Измерение	Показание амперметра
1	Замыкаем выводы 2 и 3 амперметром	$I_1 = \frac{U}{R_3+R_5}$
2	Замыкаем выводы 1 и 2 проводом, 2 и 3 амперметром	$I_2 = U\frac{R_2}{R_2+R_5}(\frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2R_5}{R_2+R_5})^{-1}$
3	Замыкаем выводы 1 и 3 проводом, 2 и 3 амперметром	$I_3 = U\frac{R_1}{R_1+R_3}(\frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2R_5}{R_2+R_5})^{-1}$
3'	Замыкаем выводы 2 и 3 проводом, 1 и 3 амперметром	$I_3' = I_2 - I_3$
4	Замыкаем выводы 1 и 2 амперметром	$I_4 = U(\frac{R_1}{R_1+R_3} - \frac{R_2}{R_2+R_4+R_5})(\frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2(R_4+R_5)}{R_2+R_4+R_5})^{-1}$
5	Замыкаем выводы 1 и 3 амперметром	$I_5 = U(\frac{R_1}{R_1+R_3+R_4} - \frac{R_2}{R_2+R_5})(\frac{R_1(R_3+R_4)}{R_1+R_3+R_4} + \frac{R_2R_5}{R_2+R_5})^{-1}$

Результаты измерений в зависимости от случая приведены в таблице. Верные утверждения обозначены +, неверные – знаком −, возможные - ±.

	$R_1 = 0$	$R_2 = 0$	$R_3 = 0$	$R_4 = 0$	$R_5 = 0$
$I_3 = 0$	+	-	-	-	-
$I_2 = 0$	-	+	-	-	-
$I_1 = I_2$	-	-	+	±	-
$I_3' = I_4$	-	-	+	+	-
$I_3' = I_5$	-	-	-	+	+
$I_1 = I_3$	-	-	-	±	+

В предложенных «черных ящиках» реализовывался случай $R_3 = 0$ или $R_5 = 0$, что можно обнаружить из свойств $I_1 = I_2$, $I_3' = I_4 \neq I_5$ или $I_1 = I_3$, $I_3' = I_5 \neq I_4$. Пусть $R_5 = 0$, тогда из опытов 1-5 можно найти R_1 и R_3:

$$R_3 = \frac{U}{I_1}; \qquad \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} = \frac{U}{I_2}; \qquad R_1 = \frac{U}{I_5}.$$

Сопротивления R_2 и R_4 определить с помощью имеющихся приборов нельзя.

Задача 2. «Биения»

Рекомендации для организаторов. Длина планки должна составлять ~ 60 см. В ее края следует вбить гвоздики, к которым прикрепить шнур, который не должен провисать. В качестве шнура можно использовать капроновую нить или рыболовную леску (подойдут и обычные толстые нитки).

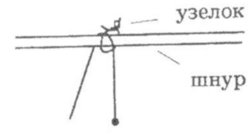


Рис. 9

Решение. Подвес математического маятника делаем длиной ~ 1 м, перекидываем его через шнур и отдельной ниткой привязываем его к шнуру (рис. 10) так, чтобы, подтягивая нить подвеса, можно было регулировать длину L маятника. Для $6 \div 7$ значений L измеряем период биений T.

Прологарифмируем данную в условии зависимость $T(L)$:

$$\ln T = \ln A + n \ln L, \qquad \text{откуда} \qquad n = \frac{\Delta \ln T}{\Delta \ln L}.$$

Легко видеть, что показатель степени равен тангенсу угла наклона графика зависимости T от L в координатах $\ln L$ (ось абсцисс) и $\ln T$ (ось ординат).

При аккуратных измерениях получается $n = 1{,}5 \pm 0{,}1$.

В дополнение к приведенному решению заметим, что такое же значение $n = 1{,}5$ получается при теоретическом решении дифференциальных уравнений, описывающих колебания системы маятников. Период биений

$$T = \left(\frac{F}{amg^{3/2}}\right) L^{3/2}.$$

Здесь F — сила натяжения шнура.