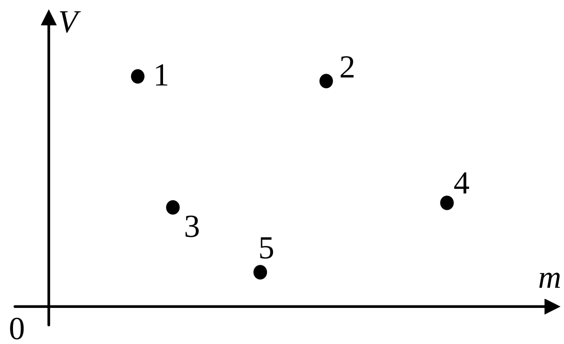
# 7 класс

## 1. Где тут плотность?

В лаборатории провели измерtния массы и объема пяти тел, изготовленных из четырех материалов: березы, $\rho_Б = 0{,}7$ г/см$^3$, алюминия, $\rho_{Ал} = 2{,}7$ г/см$^3$, железа, $\rho_Ж = 7{,}8$ г/см$^3$ и свинца, $\rho_С = 11{,}3$ г/см$^3$.




Затем результаты нанесли на график, по одной оси которого отложили объемы тел $V_i$, а по другой их массы $m_i$. Здесь индекс i может принимать значения 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно номерам точек на графике. К сожалению, со временем масштаб по осям был утрачен, а экспериментаторы в спешке забыли записать, какому веществу какая экспериментальная точка соответствует. Определите:

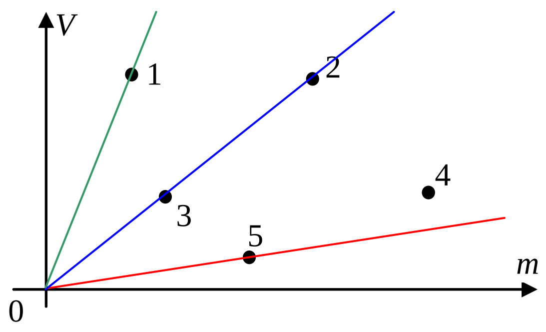
- из какого материала изготовлено тело самой большой массы?
- у тела с каким номером была самая маленькая плотность? Чему она равна?
- какой точке соответствует тело, изготовленное из свинца?
- какие тела сделаны из одинакового материала? Определите из какого.

**Примечание!** Применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя. Подобные решения будут оценены в ноль баллов.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## Возможное решение

**Тарасова Е.**




Самой большой массой обладает тело 4. Его координата по оси $m$ самая большая. По определению, плотность $\rho = m/V$. На данных осях точки для всех тел, обладающих одинаковой плотностью, должны лежать на одной прямой проходящей через начало координат, так как для них (автоматически) равно отношение $m/V$. Из этого следует, что плотности тел 2 и 3 одинаковы. Чем больше плотность тела, тем больше отношение $m/V$, а прямая, идущая из начала координат через эти точки, должна идти под меньшим углом. Из этого следует, что самая маленькая плотность у тела 1, а самая большая у тела 5. Телу 4 соответствует плотность меньшая, чем у тела 5, но большая чем у 3 и 2, следовательно, тело 4 изготовлено из железа, 5 – из свинца, 2 и 3 – из алюминия, а 1 – из березы.

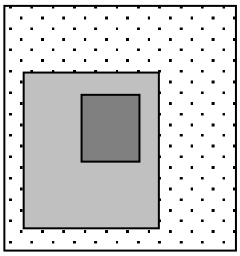
## Критерии оценивания

- Определено тело с самой большой массой (есть обоснование) — 1 балл
- Идея связать плотность с углом наклона прямой из начала координат — 3 балла
- Найдено тело с самой большой плотностью — 2 балла
- Найдено тело с минимальной плотностью — 2 балла
- Найдены тела с одинаковой плотностью — 2 балла

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## 2. Кубик в кубе

Однородный кубик со стороной $a$ и плотностью $\rho$ поместили внутрь куска глины с плотностью $4\rho$, которому придали форму куба со стороной $2a$. Получившийся куб облепили пластилином плотностью $2\rho$, в результате чего получился куб со стороной $3a$ (см. рисунок). Определите среднюю плотность получившейся системы.



### Возможное решение

**Слободянин В.**

Среднюю плотность системы можно рассчитать, определив объемы глины и пластилина, и выразив их через объем $V = a^3$ маленького кубика. Заметим, что эти объемы не зависят от взаимного расположения кубика, глины и пластилина, и равны соответственно $\left(2^3 - 1^3\right)V = 7V$ и $\left(3^3 - 2^3\right)V = 19V$.

Тогда
$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho V + 4\rho \cdot 7V + 2\rho \cdot 19V}{27V} = \frac{67\rho}{27} \approx 2{,}5\rho .$$

### Критерии оценивания

1. Выражены объемы глины и пластилина (по 3 балла) — 6 баллов
2. Получена формула для расчета средней плотности — 1 балл
3. Получено значение средней плотности — 3 балла

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**3. Встретились две трубы**

На трубопрокатном заводе по конвейерам с одинаковой скоростью движутся во встречных направлениях две трубы разной длины. Мимо друг друга трубы проезжают за время $t_1 = 5$ с (время измеряется от момента, когда поравняются передние торцы труб, движущиеся навстречу друг другу, до момента, когда поравняются задние торцы). В результате поломки, один из конвейеров начал движение в обратном направлении с вдвое большей скоростью. За какое время $t_2$ трубы проедут мимо друг друга теперь? Рассмотрите возможные варианты.

**Возможное решение** **Кармазин С.**

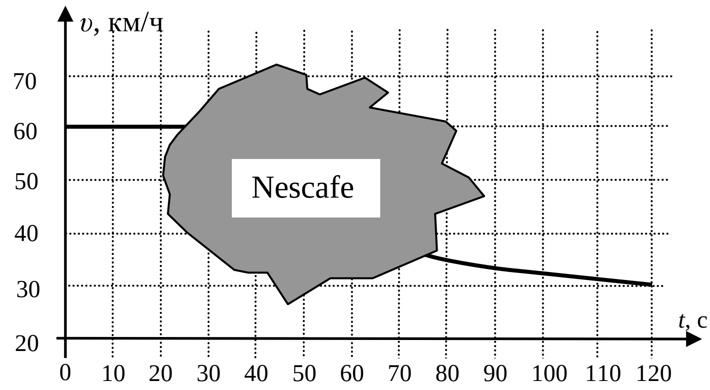
Задачу удобно решать в системе отсчета, связанной с трубой, скорость $\upsilon$ которой не изменялась. Обозначим длину этой трубы $l_1$, а длину другой трубы $l_2$. Можно считать, что встречная труба проехала мимо неподвижной, когда она переместилась на расстояние $L = l_1 + l_2$. В первом случае труба двигалась со скоростью $2\upsilon$. Время $t_1 = L/(2\upsilon)$ разъезда труб не зависит от того, какая именно труба находится в движении, длинная или короткая. Во втором случае, скорость подвижной трубы относительно неподвижной равна $\upsilon$. В результате, время обгона составляет $t_2 = L/\upsilon = 2t_1 = 10$ с. Это время тоже не зависит от длины подвижной трубы.

**Критерии оценивания**

1. Выражение для времени $t_1$ 3 балла
2. Выражение для времени $t_2$ 3 балла
3. Численный ответ 1 балл
4. Рассмотрены разные варианты и указано, что ответ не зависит от того, какая именно труба изменила скорость 3 балла

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**4. Кофе на средней скорости**




Машина половину пути ехала равномерно; затем, въехав на плохой участок дороги, стала двигаться медленнее, но тоже с постоянной скоростью. На графике приведена зависимость **средней** скорости машины от времени движения. К сожалению, при движении по плохой дороге на график пролили кофе, и часть информации пропала.

Определите:

- путь, пройденный машиной за все время движения;
- время движения на первой половине пути;
- величину скорости машины на втором участке;
- значение средней скорости через 60 с после начала движения.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## Возможное решение

**Замятнин М.**

Весь пройденный путь можно найти, умножив значения средней скорости (на всём пути) на все время движения, найденные из графика:

$\upsilon_{ср}$ = 30 км/час = 30 000 м/3 600 с = 25/3 м/с.

Отсюда находим путь $S = \upsilon_{ср} t_0$ = 25/3 (м/с) ·120 с = 1000 м.

Половине пути соответствует расстояние 500 м. Скорость на первом участке составляет 60 км/ч = 50/3 м/с, следовательно, время движения на нем $t_1$ = 500 м:50/3 м/с = 30 с.

Время движения на втором участке $t_2$ = 120 с – 30 с = 90 с = (1/40) ч, откуда, скорость движения на нем $\upsilon_2$ = 0,5 км:(1/40) ч = 20 км/ч.

К моменту времени 60 с машина половину времени ехала со скоростью $\upsilon_1$ и половину с $\upsilon_2$, следовательно, $\upsilon_{ср}(60\text{ с}) = \dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$ = 40 км/ч.

## Критерии оценивания

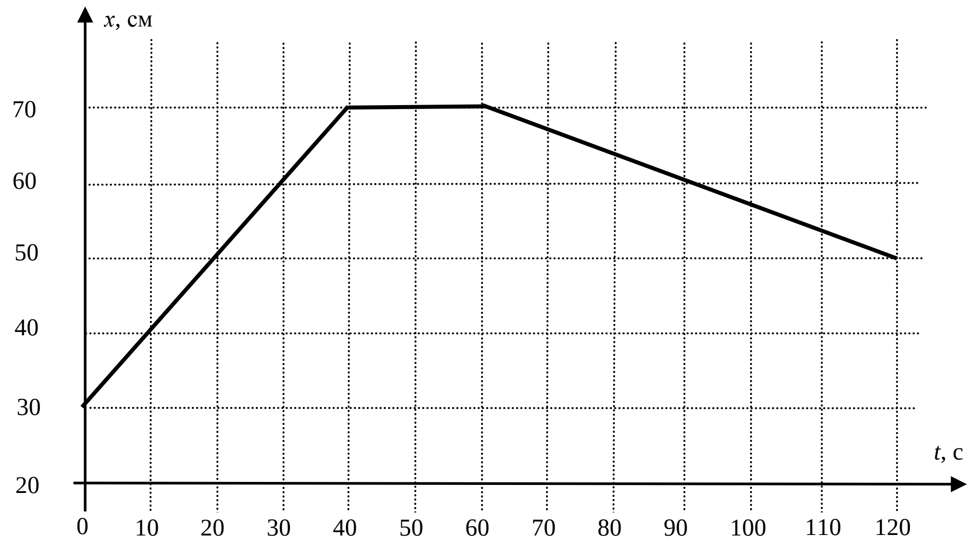
1. Найден путь, пройденный машиной — 2 балла
2. Найдено время движения на первом участке — 2 балла
3. Определена скорость движения на втором участке — 3 балла
4. Найдено значение средней скорости через 60 с — 3 балла

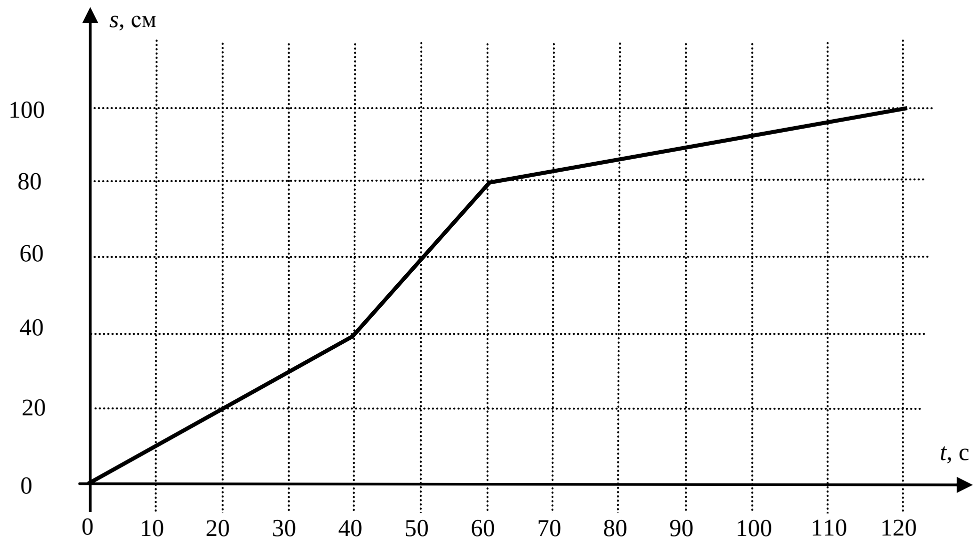
*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

# 8 класс

## 1. Столоход

Экспериментатор Глюк на большом лабораторном столе проводил испытания модели вездехода. Координатную ось $X$ он направил вдоль длинного края стола. Зависимости координаты модели $x(t)$ и пройденного им пути $s(t)$ от времени приведены на графиках. Опишите характер движения модели вездехода (словами или сделав рисунок). Определите, с какой максимальной скоростью двигался вездеход? На каком расстоянии друг от друга находятся начальная и конечная точки его движения?




*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**Возможное решение** **Замятнин М.**

Из графиков видно, что на первом участке (0 – 40 с) изменение координаты $x$ равно пройденному вездеходом пути. Это означает, что движение происходило вдоль длинного края стола. На втором участке (40 – 60 с), координата $x$ не изменялась, но путь продолжал увеличиваться. Такое возможно, если вездеход двигался в направлении, перпендикулярном оси $X$, причём часть времени он может ехать в одну сторону, а часть в обратную. На третьем участке (60 - 120 с) уменьшение координаты $x$ совпало с изменением пройденного пути, следовательно, вездеход вновь двигался вдоль длинной стороны стола, но в направлении противоположном первоначальному.

Максимальную скорость вездеход имел на втором участке (самый большой угловой коэффициент наклона графика пути от времени). Из графика находим значение $\upsilon_{макс}$ = 2,0 см/с.

На втором участке смещение модели вездехода может принимать значения от нуля до 40 см в направлении перпендикулярном оси $X$. Изменение координаты $x$ за все время движения составило 20 см, откуда, по теореме Пифагора, можно найти максимальное расстояние между точками старта и финиша $L=\sqrt{20^2+40^2}\approx 45$ см. Таким образом искомое расстояние лежит в пределах от 20 см до 45 см.

**Критерии оценивания**

1. Правильно описан характер движения вездехода — 3 балла
2. Найдена максимальная скорость — 2 балла
3. Определено смещение в направлении перпендикулярном оси $X$ — 2 балла
4. Применена теорема Пифагора для нахождения расстояния — 2 балла
5. Дан числовой ответ для расстояния — 1 балл

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**2. Куб кубу рознь**

Куб из однородного материала плавает, погрузившись на глубину $h$ в жидкость. На какую глубину $H$ в этой же жидкости погрузится куб, имеющий вдвое бо́льшую плотность и вдвое бо́льшую длину ребра?

**Возможное решение** **Замятнин М.**

Запишем условие плавания куба с длиной ребра $a$, имеющего плотность ρ, в жидкости с плотностью $\rho_ж$:

$$\rho_ж h a^2 g = \rho a^3 g \qquad \text{или} \qquad h = a\left(\rho / \rho_ж\right).$$

Тогда, для второго куба

$$\rho_ж H\left(2a\right)^2 g = (2\rho)\left(2a\right)^3 g \qquad \text{или} \qquad H = 4a\left(\rho / \rho_ж\right).$$

Из этих уравнений следует, что: $H = 4h$.

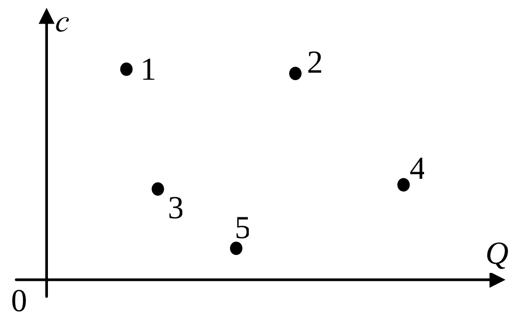
Но это не окончательный ответ. Дело в том, что если $H = 4h > 2a$, то большой куб утонет. Это накладывает более жёсткое условие на плавание маленького куба. Так как $4h > 2a$, то $h < a/2$. Иными словами, глубина погружения маленького куба не должна превышать $a/2$. В противном случае большой куб утонет.

**Критерии оценивания**

- Условие плавания маленького куба — 2 балла
- Условие плавания большого куба — 3 балла
- Глубина погружения большого куба $H = 4h$ — 1 балл
- Анализ условия плавания большого куба и ограничение $a > 2h$ — 4 балла

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**3. Разное нагревание**




В лаборатории провели измерения удельной теплоемкости пяти твердых тел, имеющих одинаковую массу. Изменений агрегатного состояния вещества в процессе эксперимента не происходило. Результаты измерений нанесли на график, по одной оси которого откладывалась удельная теплоемкость $c$, а по другой количество теплоты $Q$, подведённой к телам при их нагревании. К сожалению, масштаб по осям со временем был утрачен. Определите:

- какому телу было передано больше всего теплоты?
- у какого тела изменение температуры оказалось самым большим, а у какого самым маленьким?
- у каких тел изменения температуры оказались одинаковыми?

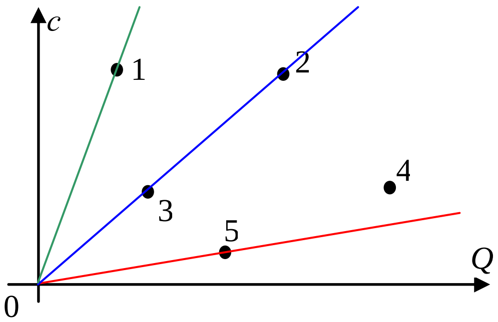
**Примечание!** Применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя. Подобные решения будут оценены в ноль баллов.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*

*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## Возможное решение

**Тарасова Е.**




Больше всего теплоты было передано телу 4. Его координата по оси $Q$ самая большая. Если при нагревании твердого тела к нему подводится количество теплоты $Q = mc\Delta t$, то его температура повышается на $\Delta t = Q/mc$. На координатной плоскости $(c, Q)$ для всех тел, имеющих одинаковую массу, температура которых повысилась на одинаковую величину $\Delta t$, соответствующие точки лежат на одной прямой, проходящей через начало координат, так как для них отношение $Q/(mc)$ одно и то же. Из этого следует, что изменения температуры тел 2 и 3 одинаковы. Чем больше было повышение температуры, тем больше стало отношение $Q/(mc)$; а прямая, проведённая из начала координат, пойдёт под меньшим углом. Из этого следует, что больше всего нагрелось тело 5, а меньше всего тело 1.

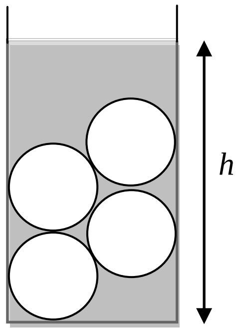
## Критерии оценивания

- Определено тело, которому передано больше теплоты (есть обоснование) 1 балл
- Отмечено, что наклон прямой на графике связан с изменением температуры 3 балла
- Найдено тело с максимальным изменением температуры 2 балла
- Найдено тело с минимальным изменением температуры 2 балла
- Найдены тела с одинаковым изменением температуры 2 балла

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## 4. Шарики

В цилиндрическом стакане находилось 4 шарика. Экспериментатор аккуратно с помощью шприца добавлял в стакан жидкость и заносил в таблицу значения высоты уровня жидкости в стакане в зависимости от объема добавленной жидкости. Известно, что в процессе эксперимента шарики не всплывали. По результатам измерений определите площадь сечения стакана и объем одного шарика.

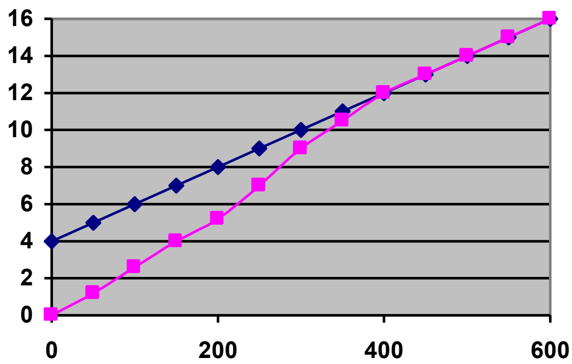



| $V$, см$^3$ | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 550 | 600 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h$, см | 0 | 1,2 | 2,7 | 4,1 | 5,3 | 7,0 | 9,0 | 10,5 | 12,0 | 13,0 | 14,0 | 15,0 | 16,0 |

### Возможное решение

**Замятнин М.**

По табличным данным построим график зависимости $h(V)$. Из графика следует, что линейный характер этой зависимости начинается после объема 400 см$^3$, и добавляемая жидкость распределяется по всему сечению сосуда равномерно. По угловому коэффициенту наклона этой части графика найдём площадь сечения сосуда:




$$S = \frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{200}{4} = 50 \text{ см}^2.$$

Проведём экстраполяцию линейного участка до нулевого объема добавленной жидкости. В результате получим значение высоты «нулевого» уровня $h_0 = 4$ см. Это позволяет найти суммарный объем четырех и объем одного шарика. $V_1 = Sh_0 / 4 = 50$ см$^3$.

**Решение 2**. Из таблицы в условии видно, что, начиная с $V = 400$ см$^3$ зависимость $h(V)$ является линейной, и добавление каждых 50 см$^3$ воды приводит к повышению уровня воды на $h = 1$ см. Значит площадь сечения

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

стакана $S = V/h = 50$ см$^2$. При наличии в стакане $V = 600$ см$^3$ воды, $h = 16$ см, т.е. объем воды с шариками равен $hS = 800$ см$^3$. Следовательно суммарный объем шариков равен $V_ш = 200$ см$^3$, а одного шарика – 50 см$^3$.

### Критерии оценивания

| | |
|---|---|
| • График зависимости $h(V)$ | 2 балла |
| • Найден и правильно интерпретирован линейный участок | 2 балла |
| • Идея нахождения площади сечения по углу наклона графика | 1 балл |
| • Численный результат для площади сечения | 1 балл |
| • Нахождение нулевого уровня | 1 балл |
| • Идея поиска объема одного шарика | 2 балла |
| • Численный результат для объема шарика | 1 балл |

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00.*
*Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## 9 класс

### 1. Минимальный путь

Автомобиль, едущий со скоростью $\upsilon_0$, в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время $\tau$ пройденный им путь $s$ оказывается минимальным. Определите этот путь $s$.

**Возможное решение** **Слободянин В.**

Чтобы путь, пройденный за время $\tau$, был минимальным, автомобиль должен начать тормозить. Пусть $t_1$ – время, прошедшее с момента начала торможения до момента остановки автомобиля. (Вместо $t_1$ в качестве параметра задачи можно ввести конечную скорость $\upsilon_1$ автомобиля). После этого момента автомобиль начнёт разгоняться в обратном направлении. Пройденный путь

$$s = \frac{\upsilon_0 t_1}{2} + \frac{\upsilon_0}{t_1}\frac{(\tau - t_1)^2}{2} = \frac{\upsilon_0}{2}\left(t_1 + \frac{(\tau - t_1)^2}{t_1}\right).$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{2st_1}{\upsilon_0} = t_1^2 + (\tau - t_1)^2.$$

Это квадратное уравнение относительно переменной $t_1$. Приведём его к виду

$$t_1^2 - \left(\tau + \frac{s}{\upsilon_0}\right)t_1 + \frac{\tau^2}{2} = 0.$$

Дискриминант этого уравнения равен

$$\left(\tau + \frac{s}{\upsilon_0}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\tau\right)^2 = \left(\tau + \frac{s}{\upsilon_0} - \sqrt{2}\tau\right)\left(\tau + \frac{s}{\upsilon_0} + \sqrt{2}\tau\right).$$

Из анализа первого сомножителя находим, что путь, пройденный за время $\tau$, минимален при условии

$$s = \left(\sqrt{2} - 1\right)\tau\upsilon_0.$$

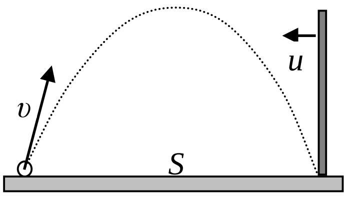
**Критерии оценивания**

1. В результате анализа движения, например, графика $\upsilon(t)$, указано на то, что скорость в течение времени $\tau$ должна сменить знак **2 балла**
2. Записано выражение для пройденного пути (через ускорение, или время $t_1$ движения автомобиля до остановки, или конечную скорость $\upsilon_1$) **4 балла**

   **2 балла** за выражение для пути до остановки и **2 балла** - за оставшуюся часть пути
3. В результате решения квадратного уравнения получено выражение для времени $t_1$ движения до момента остановки автомобиля или для конечной скорости $\upsilon_1$ автомобиля **3 балла**
4. Получен окончательный ответ **1 балл**

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**2. Отражение в полете**




В баллистической лаборатории при проведении эксперимента по изучению упругого отражения от движущихся препятствий производился выстрел маленьким шариком из небольшой катапульты, установленной на горизонтальной поверхности. Одновременно из точки, в которую по расчетам должен был упасть шарик, с постоянной скоростью начинала движение навстречу массивная вертикальная стенка (см. рисунок). После упругого отражения от стенки, шарик падал на некотором расстоянии от катапульты. Затем эксперимент повторяли, изменяя **только** скорость движения стенки. Оказалось, что в двух экспериментах удар шарика о стенку произошел на одной и той же высоте $h$. Определите эту высоту, если известно, что время полета шарика до отражения в первом случае составило $t_1$ = 1 с, а во втором $t_2$ = 2 с. На какую максимальную высоту $H$ поднимался шарик за весь полет? Чему равна начальная скорость шарика $\upsilon$, если расстояние между местами его падения на горизонтальную поверхность в первом и втором экспериментах составило $L$ = 9 м? Определите скорости равномерного движения стенки $u_1$ и $u_2$ в этих экспериментах и начальное расстояние $S$ между стенкой и катапультой. Считайте $g$ = 10 м/с$^2$.

**Примечание**. В системе отсчёта, связанной со стенкой, модули скорости шарика до и после столкновения одинаковы, а угол отражения шарика равен углу падения.

**Возможное решение** **Замятнин М.**

Вертикальное перемещение шарика описывается уравнением $h=\upsilon_{в}t-\dfrac{gt^2}{2}$, которое можно переписать в виде: $t^2-2\dfrac{\upsilon_{в}}{g}t+\dfrac{2h}{g}=0$ (здесь $\upsilon_{в}$ – проекция начальной скорости на вертикальную ось). По теореме Виета время всего полета $t_1+t_2=\dfrac{2\upsilon_{в}}{g}$ и $t_1t_2=\dfrac{2h}{g}$, откуда высота, на которой произошел отскок $h=\dfrac{gt_1t_2}{2}$=10 м и $\upsilon_{в}=\dfrac{g(t_1+t_2)}{2}$=15 м/с. Заметим, что при отражении от стенки вертикальная составляющая скорости шарика не изменяется, поэтому максимальная высота полета определяется лишь начальной вертикальной скоростью $\upsilon_{в}$ и равна $H=\dfrac{\upsilon_{в}^2}{2g}=\dfrac{g(t_1+t_2)^2}{8}$=11,25 м.

Горизонтальные перемещения шарика и стенки до момента столкновения связаны следующими соотношениями: $\upsilon_{г}t_2=u_1t_1$ и $\upsilon_{г}t_1=u_2t_2$, так как стенка проходит то расстояние, которое «не успевает» пролететь до падения шарик. Откуда $u_1=\upsilon_{г}t_2/t_1$ и $u_2=\upsilon_{г}t_1/t_2$.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

В момент столкновения шарика со стенкой горизонтальная скорость шарика изменяет свое направление на противоположное и увеличивается на удвоенную скорость стенки (это можно показать, рассмотрев упругий отскок из системы отсчета, в которой стенка покоится). Вертикальная скорость шарика при отражении не изменяется, и дальнейший полет до падения длится столько же времени, как и в отсутствии удара. Тогда проекции перемещения шарика от катапульты до мест падения могут быть найдены по формулам:

$$L_1 = \upsilon_г t_1 - (\upsilon_г + 2u_1)t_2 = \upsilon_г\left(t_1 - t_2 - 2\frac{t_2^2}{t_1}\right) \text{ и } L_2 = \upsilon_г t_2 - (\upsilon_г + 2u_2)t_1 = \upsilon_г\left(t_2 - t_1 - 2\frac{t_1^2}{t_2}\right).$$

Здесь за положительное направление принято направление от катапульты к стенке.

Расстояние между точками падения равно $L = L_2 - L_1 = 2\upsilon_г\left(t_2 - t_1 + \frac{t_2^2}{t_1} - \frac{t_1^2}{t_2}\right)$, откуда

$$\upsilon_г = \frac{L}{2}\left(\frac{t_1 t_2}{(t_1+t_2)^2(t_2-t_1)}\right) = 1 \text{ м/с}.$$

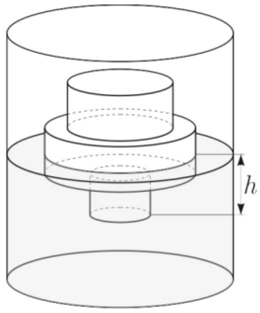
Окончательно $\upsilon = \sqrt{\upsilon_г^2 + \upsilon_в^2} \approx 15$ м/с, горизонтальная дальность полета шарика (начальное расстояние между катапультой и стенкой) $S = \upsilon_г(t_1 + t_2)$ = 3 м, скорости стенки $u_1$ = 2 м/с и $u_2$ = 0,5 м/с.

## Критерии оценивания

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Найдена высота, на которой произошло отражение (в т.ч. число 0,5 балла) | **1 балл** |
| 2. | Найдена максимальная высота полета (в т.ч. число 0,5 балла) | **1 балл** |
| 3. | Связь между горизонтальной скоростью шарика и скоростями стенки | **1 балл** |
| 4. | Учтено сохранение вертикальной скорости шарика до и после отражения | **1 балл** |
| 5. | Определена горизонтальная скорость шарика после отражения | **1 балл** |
| 6. | Найдены расстояния от катапульты до мест падения шарика | **1 балл** |
| 7. | Найдено начальное расстояние от катапульты до стенки | **1 балл** |
| 8. | Найдена начальная скорость шарика | **1 балл** |
| 9. | Получены численные значения $\upsilon$, $S$, $u_1$, $u_2$ (по 0,5 балла) | **2 балла** |

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**3. Трехцилиндровый**




Тело, склеенное из трех соосных цилиндров разного поперечного сечения и разной высоты, погружают в некоторую жидкость и снимают зависимость силы Архимеда *F*, действующей на тело, от глубины *h* его погружения. Известно, что площадь сечения самого узкого (не факт, что самого нижнего) цилиндра $S = 10$ см$^2$. Постройте график зависимости $F(h)$ и с его помощью определите высоту каждого из цилиндров, площади сечения двух других цилиндров и плотность жидкости. В процессе эксперимента ось вращения цилиндров оставалась вертикальной, g = 10 м/с$^2$.

| *h*, см | 0 | 1 | 3 | 6 | 8 | 11 | 12 | 13 | 15 | 17 | 18 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25 | 27 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $F_a$, Н | 0 | 0,3 | 0,9 | 1,8 | 2,4 | 3,6 | 4,2 | 4,8 | 6,0 | 7,2 | 7,3 | 7,5 | 7,6 | 7,7 | 7,8 | 7,9 | 7,9 |

**Возможное решение** **Гордеев З.**

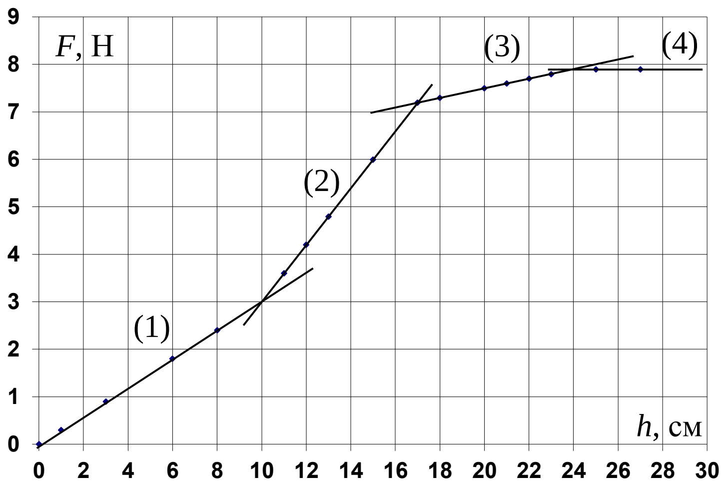



График зависимости $F(h)$ имеет три излома, которые соответствуют изменению площади сечения тела и полному его погружению. Заметим, что положение изломов находится путем экстраполяции линейных зависимостей до их пересечения (в точках 10 см, 17 см и 24 см), поэтому опираться только на табличные данные при определении высот цилиндров нельзя. В области с $h < 24$ см самый пологий участок графика третий, следовательно, на нем наименьшая площадь поперечного сечения *S*. Угловой коэффициент наклона первого участка в три раза больше, следовательно, его сечение $3S = 30$ см$^2$. На втором участке угловой коэффициент наклона больше в 6 раз, а его площадь сечения $6S = 60$ см$^2$. Длины цилиндров 10 см, 7 см и 7 см соответственно. Плотность жидкости можно *h*, см

определить, например, по третьему участку: $\rho = \dfrac{\Delta F}{Sg\Delta h}$ =1000 кг/м$^3$.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

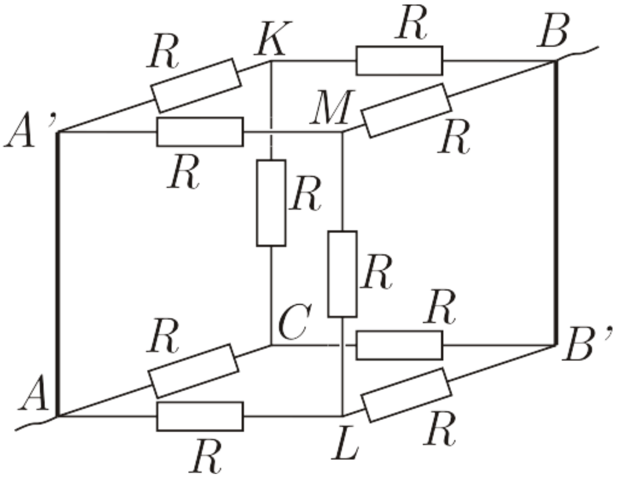
### Критерии оценивания

- Построен график зависимости $F(h)$ **1 балл**
- На графике выделено 4 участка **0,5 балла**
- Экстраполяция участков до пересечения **0,5 балла**
- Определение длин цилиндров – по 1 баллу за каждое **3 балла**
- Если отклонение менее 1 см, то по 1 баллу
  Если отклонение от 1 см до 2 см, то 0,5 балла за каждое
- Определение сечений (по 2 балла за каждое) **4 балла**
- Если отклонение менее 10%, 2 балла за каждое
- Если отклонение от 10% до 20%, 1 балл за каждое
- Если отклонение больше 20%, 0 баллов
- Определена плотность жидкости (если отклонение менее 10%) **1 балл**
  иначе **– 0 баллов.**

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**4. Два в кубе**

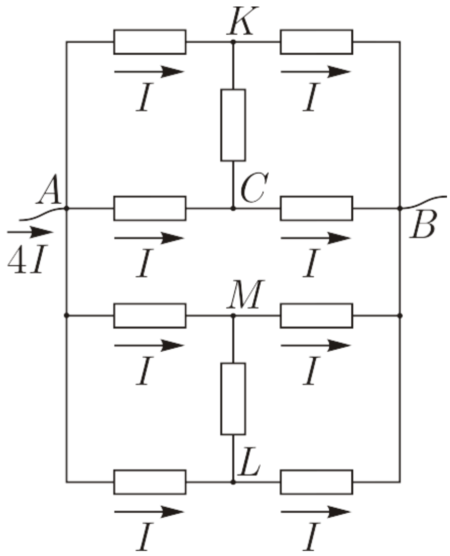
Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением $R$. Два резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке.




- Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами A и B.
- Какие резисторы из оставшихся можно убрать, чтобы это не изменило общее сопротивление системы?
- Если известно, что через большинство резисторов в цепи течет ток $I$ = 2 А, вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу A (или B)?
- Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку AA`?

**Возможное решение** **Иванов М.**

Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и закона Ома (сила токов обратно пропорциональна сопротивлениям параллельных ветвей).




Теперь легко дать ответы на вопросы задачи. В силу симметрии схемы, токи через резисторы в ветвях KC и ML не идут. Следовательно, эти резисторы можно убрать, и это не приведет к перераспределению токов в цепи и изменению общего сопротивления, которое равно

$$R_\text{o} = \frac{U_\text{o}}{I_\text{o}} = \frac{2IR}{4I} = \frac{1}{2}R\,.$$

По условию $I$ = 2 А. Следовательно, сила тока, входящего в узел A, равна $4I$ = 8А. Сила тока через идеальную перемычку AA` равна сумме токов через резисторы в ветвях A`K и A`M: $2I$ = 4 А.

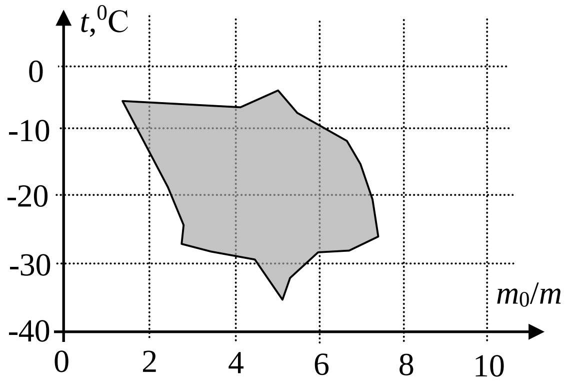
**Критерии оценивания**

| | |
|---|---|
| • Правильная эквивалентная схема | **2 балла** |
| • Обосновано отсутствие токов через два резистора | **2 балла** |
| • Найдено общее сопротивление | **2 балла** |
| • Определен общий ток | **2 балла** |
| • Найден ток через перемычку | **2 балла** |

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

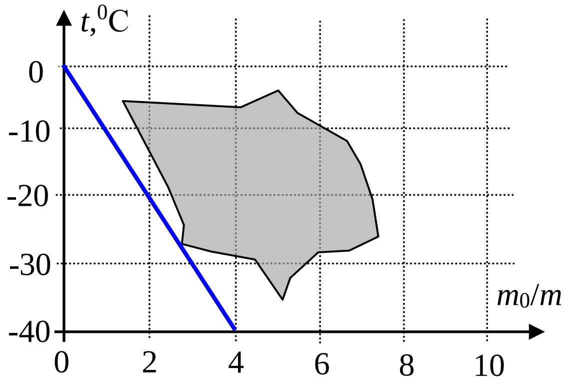
**5. Ледяное пятно**

Определите, какая максимальная масса $m_п$ водяного пара, взятого при температуре $100^0$С, может **потребоваться** для нагревания льда, находящегося в калориметре, до температуры плавления (без плавления). Точная масса льда и его начальная температура не известны, но эти значения могут лежать в области, выделенной на диаграмме серым цветом. Удельная теплота парообразования $L$ = 2,30 МДж/кг, удельная теплота плавления льда λ = 340 кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c$ = 4 200 Дж/(кг·$^0$С), удельная теплоемкость льда $c_1$ = 2 100 Дж/(кг·$^0$С). Масса льда $m$ на диаграмме приведена в условных единицах, показывающих, во сколько раз масса льда меньше, чем $m_0$ = 1 кг. Теплоемкостью калориметра и потерями тепла пренебречь.




**Возможное решение** **Замятнин М.**

Запишем уравнение теплового баланса для конденсирующегося (превращающегося в воду) пара, остывающей и кристаллизующейся воды и нагревающегося льда: $m_п(L+c(t_{кип}-t_0)+\lambda)=mc_1(t_0-t)$, откуда $m_п=\dfrac{mc_1(t_0-t)}{L+c(t_{кип}-t_0)+\lambda}$, или с учетом того, что $t_0$ = $0^0$С, получим: $m_п=\dfrac{-mtc_1}{L+ct_{кип}+\lambda}$ (здесь и далее учтено, что $t < 0$). Максимальная масса пара потребуется при максимальном по модулю значении произведения $mt$. Одинаковым значениям произведения $mt$ соответствуют точки, лежащие на прямых, проведенных из начала координат. Действительно, для этих прямых выполняется условие $t=\alpha\dfrac{m_0}{m}$, или $mt=\alpha m_0=const$, где α - угловой коэффициент наклона прямой. Чем больше угол наклона прямой, тем больше модуль произведения $mt$. Из графика видно, что для прямой проведенной из начала координат, касающейся области возможных параметров льда и имеющей максимальный угол наклона, значение коэффициента α = –$10^0$С. Следовательно, максимальная масса пара потребуется при значении произведения $mt$ = –10 кг·$^0$С. С учетом этого, получим $m_п \approx$ 6,9 г.




*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

Возможно и **иное понимание условия**.

Запишем уравнение теплового баланса для конденсирующегося (превращающегося в воду) пара, остывающей воды и нагревающегося льда: $m_п(L + c(t_{кип} - t_0)) = mc_1(t_0 - t)$, откуда $m_п = \dfrac{mc_1(t_0 - t)}{L + c(t_{кип} - t_0)}$, или с учетом того, что $t_0 = 0^0$C, получим: $m_п = \dfrac{-mtc_1}{L + ct_{кип}}$ (здесь и далее учтено, что $t < 0$).

Далее решение совпадает с предыдущей версией. Новый числовой ответ: $m_п \approx 7{,}7$ г.

Словосочетание в условии «может потребоваться» отдает некоторое предпочтение ответу 6,9 г, определяющему нижнюю границу диапазона максимальных масс. Т.е. 6,9 г **точно** хватит, для реализации условия задачи - это **необходимая** максимальная масса. Все значения лежащие в диапазоне от 6,9 г до 7,7 г являются избыточными, но не противоречащими условию. Во избежание ненужных лингвистических споров, авторы предлагают считать верными оба ответа, соответствующие границам указанного диапазона при наличии аргументированного решения.

## Критерии оценивания

1. Составлено уравнение теплового баланса **2 балла**
2. Правильно указано, при каком условии количество пара максимально **2 балла**
3. Предложен способ нахождения максимального значения модуля *mt* **2 балла**
4. Правильно проведена касательная к области допустимых параметров льда **1 балл**
5. Найдено значение *mt* **1 балл**
6. Определена максимальная масса пара **2 балла**

В п.6 имеет смысл ввести широкие 10% (**1 балл**) и узкие 5% (**2 балла**) «ворота», так как при решении обрабатывается графическая информация. Но, за ответы, попавшие в эти ворота при неверных исходных предположениях (п.п. 3-5), баллы ставиться не должны!

**10 класс**

**1. Время мощности**

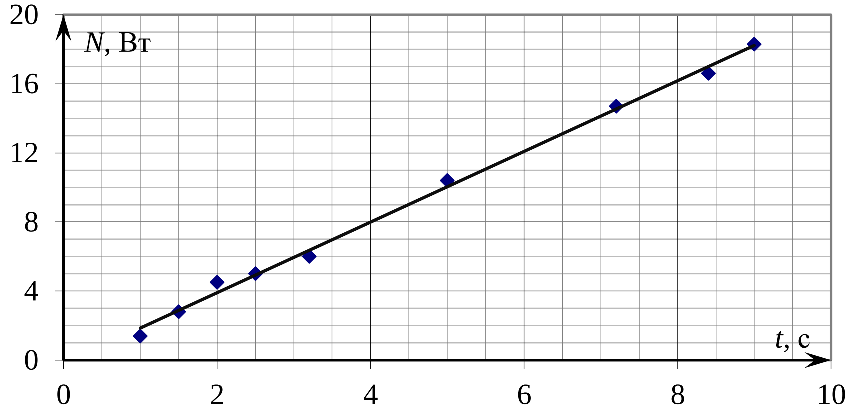
В результате проведенного эксперимента получена зависимость мощности $N$ постоянной горизонтальной силы от времени $t$ ее действия на изначально покоящийся на гладком горизонтальном столе брусок массы $m$ = 2 кг. Некоторые измерения могли оказаться не очень точными.

- определите мощность силы в момент времени τ = 6 с;
- найдите значение силы $F$.

| $N$, Вт | 1,4 | 2,8 | 4,5 | 5,0 | 6,0 | 10,4 | 14,7 | 16,6 | 18,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$, с | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,2 | 5,0 | 7,2 | 8,4 | 9,0 |

**Возможное решение** **Гордеев З.**

При постоянной силе $F$ мощность $N = F\upsilon = Fat = \frac{F^2}{m}t$ ,поэтому следует ожидать линейную зависимость $N(t)$. Построим график $N(t)$ по табличным данным. Методом медиан проведем наилучшую прямую из начала координат.



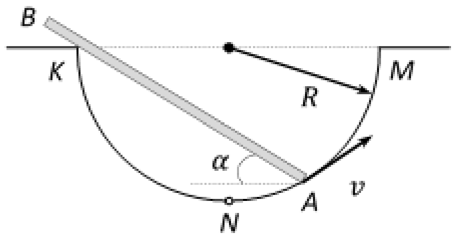

В момент времени τ = 6 с мощность должна составлять 12 Вт. По угловому коэффициенту наклона графика $k = \frac{F^2}{m}$ = 2 Вт/с определяем значение силы $F = \sqrt{km}$ =2 Н.

**Критерии оценивания**

1… Вывод теоретической зависимости мощности от времени............................**2 балла**
2… Построение (культурного) графика ........................................................**2 балла**
3… Интерполяция для τ = 6 с ......................................................................**2 балла**
4… Определение силы по угловому коэффициенту наклона...............................**4 балла**
  - Определение силы по любому однократному измерению ....... 0 баллов
  - Определение силы усреднением нескольких измерений.......... 1 балл

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

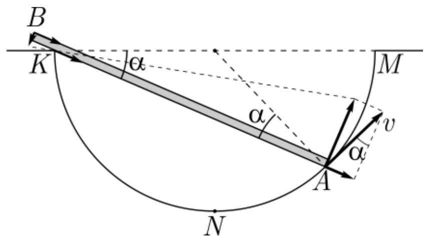
**2. В лунке**




Стержень $AB$ касается уступа $K$ полусферической лунки радиуса $R$. Точка $A$ движется равномерно со скоростью $\upsilon$ по поверхности лунки, начиная из нижней точки $N$, к точке $M$. Найти зависимость модуля скорости $u$ конца стержня $B$ от угла $\alpha$, который стержень составляет с горизонтом. Длина стержня $AB$ равна $2R$.

## Возможное решение 1

**Бычков А.**



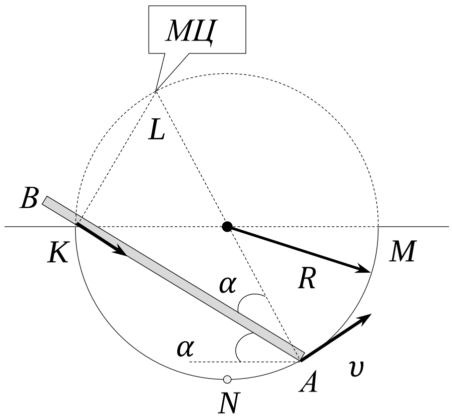

Скорость точки стержня, касающейся уступа $K$, направлена вдоль стержня и, следовательно, она равна $\upsilon\sin\alpha$. Так как стержень жёсткий, то проекции скоростей остальных точек стержня на направление вдоль стержня также равны $\upsilon\sin\alpha$, значит, $u_{\parallel}=\upsilon\sin\alpha$. Перпендикулярные составляющие скоростей линейно возрастают с расстоянием от точки $K$. Тогда

$$\frac{u_{\perp}}{BK}=\frac{\upsilon\cos\alpha}{KA}\Rightarrow u_{\perp}=\upsilon\cos\alpha\frac{2R-2R\cos\alpha}{2R\cos\alpha}=\upsilon(1-\cos\alpha).$$

Скорость точки $B$ стержня равна:

$$u=\sqrt{u_{\parallel}^2+u_{\perp}^2}=\sqrt{\upsilon^2(\sin\alpha)^2+\upsilon^2(1-\cos\alpha)^2}=\upsilon\sqrt{2(1-\cos\alpha)}=2\upsilon\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

## Возможное решение 2.




Мгновенный центр вращения (точка $L$) стержня находится на верхней полуокружности $KLM$, как показано на рисунке. При движении стержня точка $L$ перемещается по дуге этой полуокружности.

Угловая скорость вращения стержня равна:

$\omega=\upsilon/(2R)$. Тогда скорость конца стержня $B$ равна:

$$u=\omega\cdot BL=\frac{\upsilon}{2R}\sqrt{(KL)^2+(BK)^2}=\frac{\upsilon}{2R}\sqrt{(2R\sin\alpha)^2+(2R-2R\cos\alpha)^2}=$$

$$=\upsilon\sqrt{2(1-\cos\alpha)}=2\upsilon\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**Критерии оценивания**

1. Указано, что в силу недеформируемости стержня проекции скоростей $u$ и $\upsilon$ на направление вдоль стержня одинаковы $\left(u_{\parallel} = \upsilon_{\parallel}\right)$

**или** найдено положение мгновенного центра вращения..........................................**3 балла**

2. Указано, что угол $BAL$ равен $\alpha$ .........................................................................**1 балл**

3. Найдена связь между проекциями скоростей $u$ и $\upsilon$ на направление перпендикулярно стержню $\left(u_{\perp} / BK = \upsilon_{\perp} AK\right)$ **или** найдена угловая скорость $\omega$ ..................................**2 балла**

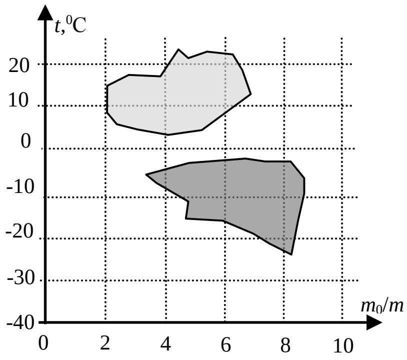
4. Выражены длины $AK$ и $KB$ через угол $\alpha$ и радиус ...........................................**(1+1) балла**

5. Получен ответ.........................................................................................................**2 балла**

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**3. Вода со льдом.**

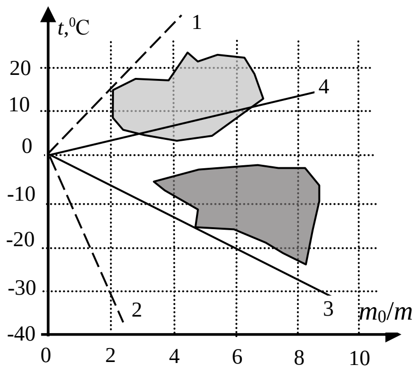
В калориметре смешали некоторое количество воды и льда. Их точные массы и начальные температуры неизвестны, но эти значения лежат в выделенных на диаграмме заштрихованных областях. Найдите максимальное количество теплоты, которое могло быть передано водой льду, если после установления теплового равновесия масса льда не изменилась. Определите возможную массу содержимого калориметра в этом случае. Удельная теплота плавления льда $\lambda$ = 340 кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c$ = 4200 Дж/(кг·$^0$С), удельная теплоемкость льда $c_1$ = 2100 Дж/(кг·$^0$С). Массы воды и льда на диаграмме приведены в условных единицах, показывающих во сколько раз их массы меньше чем $m_0$ = 1 кг. Теплоемкостью калориметра и потерями теплоты пренебречь.




**Возможное решение** **Замятнин М.**

По условию масса льда в результате теплообмена не изменилась, следовательно, количество теплоты, переданное льду остывающей водой, пошло на нагревание льда (по условию процессов плавления/кристаллизации льда не происходило).

Количество теплоты, которое может отдать остывающая вода, $Q = mc(t - t_0) = mct$ ($t_0$ = 0$^0$С). $Q = Q_{\text{макс}}$ при максимальном по модулю значении произведения $mt$. Одинаковым значениям произведения $mt$ соответствуют точки, лежащие на прямых, проведенных из начала координат. Действительно, для них выполняется условие $t = \alpha\left(m_0/m\right)$, или $mt = \alpha m_0 = const$, где $\alpha$ - угловой коэффициент наклона прямой. Чем больше угол наклона прямой, тем больше модуль произведения $mt$. Это условие выполняется для прямой 1, проведенной из начала координат и касающейся области возможных параметров воды. Но такое выделенное водой количество теплоты приведет к плавлению льда, т.к. с учетом теплоемкости льда, которая в два раза меньше удельной теплоемкости воды, прямой 1 будет соответствовать прямая 2, имеющая в два раза больший угловой коэффициент наклона и не касающаяся области возможных параметров льда. Следовательно, максимальное количество теплоты $Q_{макс}$ будет определяться прямой 3, и соответствующей ей прямой 4, проходящей через область возможных параметров воды, для которой значение $mt$ = 10/6 ≈ 1,67 кг$^0$С. Откуда $Q_{макс}$ = 7,0 кДж. Крайние точки пересечения прямой 4 с областью возможных параметров воды определяют диапазон масс добавленной в калориметр воды $\left[m_0/6{,}2; m_0/3{,}0\right]$ или [0,16; 0,33] кг. Точка касания прямой 3 области возможных параметров льда позволяет найти массу льда в калориметре $\left[m_0/4{,}6\right]$ = 0,22 кг. Откуда возможная масса содержимого лежит в диапазоне [0,38; 0,55] кг.




*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**Критерии оценивания**

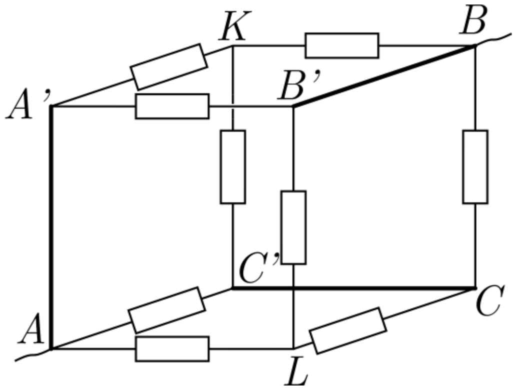
| | | |
|---|---|---|
| 1. | Учет отсутствия процессов плавления/кристаллизации | 1 балл |
| 2. | Уравнение для расчета количества теплоты | 1 балл |
| 3. | Идея, что равным количествам теплоты соответствуют точки, лежащие на прямой, проходящей через $t_0=0^0$C | 1 балл |
| 4. | Идея нахождения максимального $Q$ по угловому коэффициенту наклона прямой, касающейся области возможных параметров | 1 балл |
| 5. | Явное указание, что максимальное количество теплоты определяет лед | 1 балл |
| 6. | Найдено значение $Q_{макс}$ | 2 балла |
| 7. | Обоснование существования диапазона возможных масс воды | 1 балл |
| 8. | Найден диапазон масс содержимого | 2 балла |

В п.п. **6** и **8** имеет смысл ввести широкие 10% (**1 балл**) и узкие 5% (**2 балла**) «ворота», так как при решении обрабатывается графическая информация. Но, за ответы, попавшие в эти ворота при неверных исходных предположениях (п.п. 3-5, 7) баллы ставиться не должны!

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## 4. Три в кубе

Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением $R$. Три резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке.

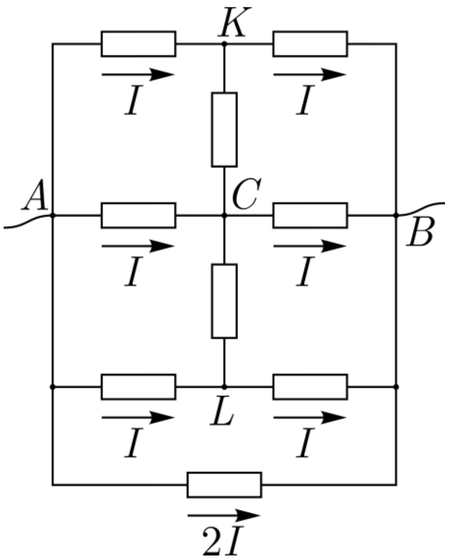



- Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами $A$ и $B$.
- Какие резисторы из оставшихся можно убрать так, что это не изменит общее сопротивление системы?
- Если известно, что сила тока, текущего через большинство резисторов электрической цепи, равна $I = 2\text{А}$, вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу А (или В)?
- Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку *AA'*?

### Возможное решение

**Иванов М.**

Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и закона Ома (сила тока обратно пропорционально сопротивлениям параллельных ветвей).




Теперь легко дать ответы на вопросы задачи. В силу симметрии схемы токи через резисторы в ветвях *KC* и *CL* не идут. Следовательно, эти резисторы можно убрать, и это не приведет к перераспределению токов в цепи и изменению общего сопротивления, которое равно

$$R_O = \frac{U_0}{I_0} = \frac{2IR}{5I} = \frac{2R}{5}.$$

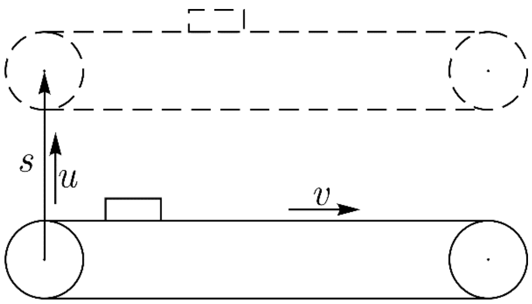
По условию $I = 2\text{А}$. Следовательно, сила тока, входящего в узел А, равна $5I = 10\text{А}$. Сила тока через идеальную перемычку *AA'* равна сумме сил токов через резисторы в ветвях *A'К* и *A'B'*: $3I = 6\text{А}$.

### Критерии оценивания

1. Правильная эквивалентная схема ........................................ **2 балла**
2. Обосновано отсутствие токов через два резистора ........................................ **2 балла**
3. Найдено общее сопротивление ........................................ **2 балла**
4. Определен общий ток ........................................ **2 балла**
5. Найден ток через перемычку ........................................ **2 балла**

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**5. Транспортёр на боку**



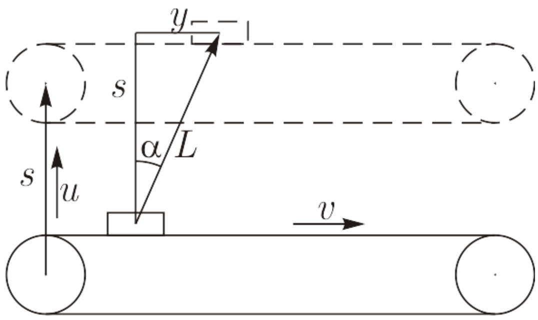

По шероховатому горизонтальному полу движется лежащий на боку ленточный транспортёр так, что плоскость ленты вертикальна. Скорость ленты транспортёра равна $\upsilon$. Транспортёр перемещается по полу с постоянной скоростью $u$ перпендикулярно основным участкам его ленты. За некоторое время транспортёр сместился на расстояние $s$. Его новое положение показано на рисунке. Транспортёр толкает по полу брусок массы $m$, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. **На рисунке дан вид сверху на эту систему.**

Пренебрегая прогибом ленты и считая движение бруска установившимся, найдите смещение бруска за время $s/u$.

Определите работу по перемещению бруска совершаемую транспортёром за это время.

Коэффициент трения между бруском и полом равен $\mu_1$, а между бруском и лентой $\mu_2$.

**Возможное решение** **Фролов А.**




Сила трения, действующая со стороны пола на брусок, направлена против вектора скорости бруска и равна $F_{\text{Тр.1}} = \mu_1 mg$. Сила трения, действующая на брусок со стороны транспортёра, $F_{\text{Тр.2}} \leq \mu_2 N$, где $N = F_{\text{Тр.1}} \cos\alpha$. С другой стороны $F_{\text{Тр.2}}$ уравновешивается силой $F_{\text{Тр.1}}$: $F_{\text{Тр.2}} = F_{\text{Тр.1}} \sin\alpha$. Здесь возможны два случая.

1-й случай (есть проскальзывание между бруском и лентой):

$$F_{\text{Тр.2}} = \mu_2 N = \mu_2 F_{\text{Тр.1}} \cos\alpha = F_{\text{Тр.1}} \sin\alpha.$$

Отсюда получаем: $\operatorname{tg}\alpha = \mu_2$. Этот случай возможен когда $\frac{\upsilon}{u} \geq \mu_2$. При этом скорость бруска вдоль ленты меньше скорости ленты, т.е. происходит проскальзывание.

2-ой случай (между бруском и лентой нет проскальзывания). Тогда $\upsilon / u = tg\alpha$. Этот случай возможен при $\upsilon / u \leq \mu_2$.

Смещение бруска вдоль оси $Y$ найдём из геометрических соображений: $y = s\operatorname{tg}\alpha$. Путь, пройденный бруском в первом случае равен $L = s\sqrt{1+tg^2\alpha} = s\sqrt{1+\mu_2^2}$, а во втором –

$$L = s\sqrt{1+\left(\frac{\upsilon}{u}\right)^2}.$$

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

Работа по перемещению бруска в обоих случаях равна $A = LF_{\text{Тр.1}} = \mu_1 mgL$, так как сила, действующая на брусок со стороны транспортера, уравновешивается силой трения со стороны пола (брусок движется с постоянной скоростью). Конкретно:

$$A_1 = \mu_1 mgs\sqrt{1+\mu_2^2}, \qquad A_2 = \mu_1 mgs\sqrt{1+\left(\frac{\upsilon}{u}\right)^2}.$$

### Критерии оценивания

| | |
|---|---|
| Указано направление действия силы $F_{\text{Тр.1}}$ | **1 балл** |
| Найдена реакция опоры $N$ | **1 балл** |
| Найдена сила трения $F_{\text{Тр.2}}$ | **1 балл** |
| Указаны два случая | **1 балл** |
| Найдено направление смещения бруска (по 1 баллу за каждый случай) | **2 балла** |
| Найдено смещение бруска $L$ (по 1 баллу за каждый случай) | **2 балла** |
| Найдена работа по перемещению бруска (по 1 баллу за каждый случай) | **2 балла** |

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

## 11 класс

### 1. Мощность в пространстве

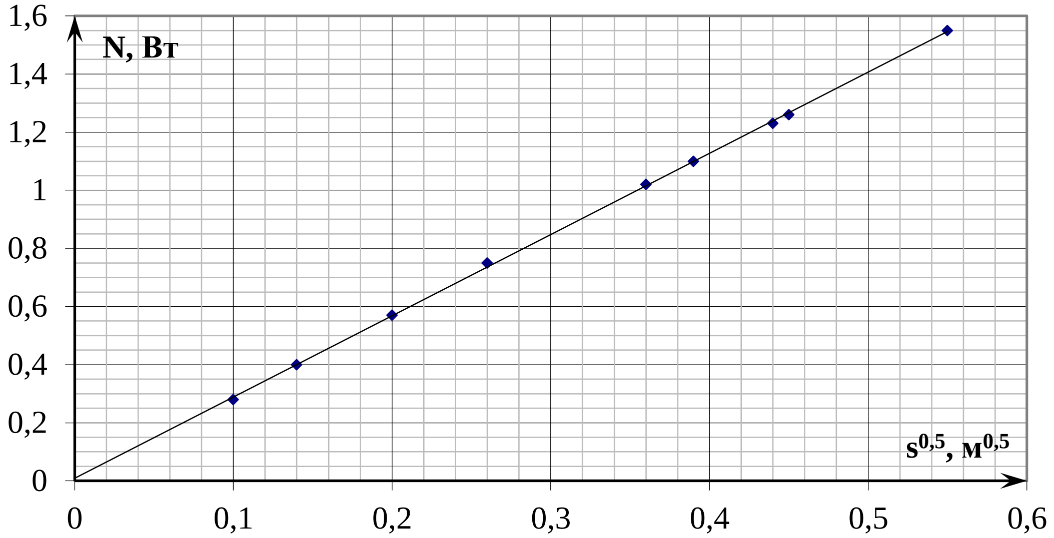
На изначально покоящийся на гладком горизонтальном столе брусок массы $m$ = 2 кг, начали действовать постоянной горизонтальной силой $\boldsymbol{F}$. В результате была получена зависимость мощности $N$ от перемещения $s$ бруска. Некоторые измерения могли оказаться не очень точными.

- В каких координатных осях экспериментальная зависимость мощности от перемещения линейна?
- Определите мощность силы в точке с координатой $s_0$ = 10 см.
- Найдите значение силы $F$.

| $N$, Вт | 0,28 | 0,40 | 0,57 | 0,75 | 1,02 | 1,10 | 1,23 | 1,26 | 1,50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $s$, см | 1,0 | 2,0 | 4,0 | 7,0 | 13 | 15 | 19 | 20 | 30 |

**Возможное решение** **Гордеев З.**

Так как $N = F\upsilon$ и работа силы $A = Fs = \frac{m\upsilon^2}{2}$, то $N = \sqrt{\frac{2F^3 s}{m}}$ и ожидается линейная зависимость $N\left(\sqrt{s}\right)$. *Линейная зависимость будет и в логарифмических координатах.*




Построим график $N\left(\sqrt{s}\right)$ по табличным данным. Проведем через нанесённые точки наилучшую прямую из начала координат.

В точке с координатой $s$ = 10 см мощность должна составлять 0,89 Вт. По угловому коэффициенту наклона графика $k = \frac{\Delta N}{\sqrt{\Delta s}} = \sqrt{\frac{2F^3}{m}} \approx$ 2,8 Вт/м$^{1/2}$ определяем значение силы $F = \sqrt[3]{k^2 m / 2} \approx$ 2,0 Н.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**Критерии оценивания**

- Вывод теоретической зависимости $N(s)$ — **2 балла**
- Выбор осей $N\left(\sqrt{s}\right)$ или $N^2(s)$, в которых зависимость линейна — **1 балл**
- Построение графика в осях $N\left(\sqrt{s}\right)$ — **3 балла**
  - Если построен криволинейный график — 1 балл
- Нахождение мощности в точке $s$ = 10 см — **1 балл**
  - интерполяция на криволинейном графике — 0 баллов
- Нахождение углового коэффициента графика — **1 балл**
- Нахождение значения силы — **2 балла**

**2. «Тёмная материя»**

Скопления звёзд образуют бесстолкновительные системы – галактики, в которых звёзды равномерно движутся по круговым орбитам вокруг оси симметрии системы. Галактика NGC 2885 состоит из скопления звёзд в виде шара (ядра радиусом $r_Я$ = 4 кпк) и тонкого кольца, внутренний радиус которого совпадает с радиусом ядра, а внешний равен 15 $r_Я$. Кольцо состоит из звёзд с пренебрежимо малой по сравнению с ядром массой. В ядре звёзды распределены равномерно.

Было установлено, что линейная скорость движения звёзд в кольце не зависит от расстояния до центра галактики: от внешнего края кольца вплоть до края ядра скорость звёзд $\upsilon_0$ = 240 км/с. Такое явление может быть объяснено наличием несветящейся массы («тёмной материи»), распределенной сферически симметрично относительно центра галактики вне её ядра.

1) Определите массу $M_я$ ядра галактики.

2) Определите среднюю плотность $\rho_Я$ вещества ядра галактики.

3) Найдите зависимость плотности «тёмной материи» $\rho_Т(r)$ от расстояния до центра галактики.

4) Вычислите отношение массы «тёмной материи», влияющей на движение звёзд в диске, к массе ядра.

**Примечание:** 1 кпк = 1 килопарсек = $3{,}086\cdot10^{19}$ м, гравитационная постоянная $\gamma = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м$^2$·кг$^{-2}$.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**Возможное решение** **Коротков П.**

Из уравнения $\frac{\upsilon_0^2}{r_Я} = \frac{\gamma M_Я}{r_Я^2}$ находим массу ядра галактики: $M_Я = \frac{r_Я \upsilon_0^2}{\gamma} = 1{,}1 \cdot 10^{41}$ кг.

Средняя плотность материи в ядре галактики $\rho_Я = \frac{M_Я}{(4/3)\pi r_Я^3} = \frac{3\upsilon_0^2}{4\pi\gamma r_Я^2} = 1{,}35 \cdot 10^{-20}$ кг/м$^3$.

Вне ядра галактики $\frac{\upsilon_0^2}{r} = \left(\frac{\gamma}{r^2}\right)\left(M_Я + M_T(r)\right)$. Тогда $\upsilon_0^2 r = \gamma\left(M_Я + M_T(r)\right)$.

После дифференцирования этого выражения получим: $\upsilon_0^2 dr = \gamma dM_T(r) = \gamma\rho(r) 4\pi r^2 dr$.

Из последнего уравнения найдём зависимость плотности «тёмной материи» $\rho_Т(r)$ от расстояния до центра галактики: $\rho(r) = \frac{\upsilon_0^2}{4\pi\gamma r^2} = \frac{M_Я}{4\pi r_Я r^2}$.

Масса тёмной материи $M_T = \frac{15 r_Я \upsilon_0^2}{\gamma} - M_Я = 14 M_Я$. Этот же результат можно получить и интегрированием: $M_T = \int_{r_Я}^{15 r_Я} \rho(r) 4\pi r^2 dr = 14 M_Я$.

Таким образом, искомое отношение равно 14.

**Критерии оценивания**

5) Определена масса $M_я$ ядра галактики **2 балла**

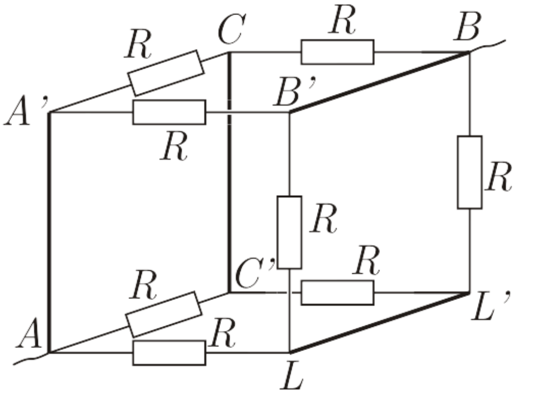
6) Определена средняя плотность $\rho_Я$ вещества ядра галактики **1 балл**

7) Найдена зависимость плотности «тёмной материи» $\rho_Т(r)$ от расстояния до центра галактики **4 балла**

8) Вычислено отношение массы «тёмной материи», влияющей на движение звёзд в диске, к массе ядра **3 балла**

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

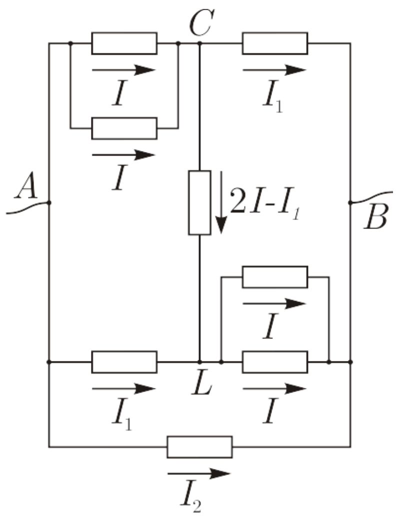
### 3. Четыре в кубе




Куб собран из одинаковых резисторов, имеющих сопротивления $R$. Четыре резистора заменены на идеальные перемычки, как указано на рисунке.

- Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами A и B.
- Через какие резисторы сила текущего тока максимальна, а через какие – минимальна? Найдите эти значения силы тока, если сила тока, входящего в узел A равна $I_0$ = 1,2 A?
- Какова сила тока, текущего через идеальную перемычку AA'?

**Возможное решение** **Иванов М.**




Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и симметрии соединения резисторов.

Силу тока $I_1$ найдем, приравняв разность потенциалов между узлами A и L для ветвей AL и ACL:

$I_1R = IR+(2I - I_1)R$, откуда $I_1 = 3I/2$.

Аналогичным образом найдём силу тока $I_2$:

$U_0 = I_2R = I_1R + IR = 5IR/2$, откуда $I_2 = 5I/2$.

Сила тока $I_0 = 2I + I_1 + I_2 = 5I/2 = 6I$. Отсюда $I$ = 0,2 A.

Теперь легко дать ответы на вопросы задачи.

Общее сопротивление цепи равно $R_0 = \dfrac{U_0}{I_0} = \dfrac{5IR}{2}\dfrac{1}{6I} = \dfrac{5}{12}R$.

Минимальная сила тока в ветви CL. Она равна $2I - I_1 = I/2$ = 0,1 A. Максимальная сила тока в ветви A'B': $I_2$ = 0,5 A.

Сила тока, текущего через идеальную перемычку AA', равна сумме токов через резисторы в ветвях A'C и A'B':

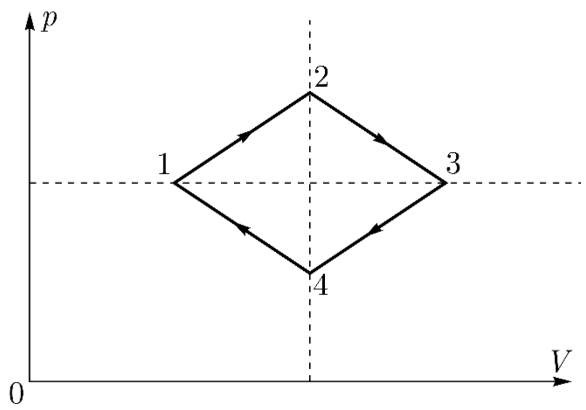
$$7I/2 = 0{,}7\ \text{A}.$$

**Критерии оценивания**

- Правильная эквивалентная схема **2 балла**
- Найдены токи через резисторы **3 балла**
- Найдено общее сопротивление **2 балла**
- Определены максимальные и минимальные токи **2 балла**
- Найден ток через перемычку **1 балл**

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**4. Ромб.** Циклический процесс, совершаемый над идеальным газом, на ($p$, $V$) плоскости представляет собой ромб (см. качественный рисунок). Вершины (1) и (3) лежат на одной изобаре, а вершины (2) и (4) – на одной изохоре. За цикл газ совершил работу $A$.




Насколько отличается количество теплоты $Q_{12}$, подведённой к газу на участке 1-2, от количества теплоты $\left|Q_{3,4}\right|$, отведённой от газа на участке 3-4?

**Возможное решение.** **Слободянин В.**

Количество теплоты, подведённое к газу на участке 1-2 равно $Q_{1,2} = U_{1,2} + A_{1,2}$.

Количество теплоты, отведённое от газа на участке 3-4 равно $\left|Q_{3,4}\right| = U_{4,3} + A_{4,3}$.

Сравним изменения величин внутренних энергий.

Пусть давление в точках 1 и 3 равно $p_0$, а объем в точках 2 и 4 равен $V_0$. Пусть далее, при переходе из состояния 1 в 2 давление изменяется на $\Delta p$, а объем на $\Delta V$. Тогда изменение температуры найдём из следующих соображений:

$$\nu RT_2 = p_0V_0 + V_0\Delta p;$$
$$\nu RT_1 = p_0V_0 - p_0\Delta V;$$
$$\nu R\left(T_2 - T_1\right) = V_0\Delta p + p_0\Delta V.$$

При переходе из состояния 3 в состояние 4 изменение температуры найдём из следующих соображений:

$$\nu RT_3 = p_0V_0 + p_0\Delta V;$$
$$\nu RT_4 = p_0V_0 - V_0\Delta p;$$
$$\nu R\left(T_3 - T_4\right) = p_0\Delta V + V_0\Delta p.$$

Поскольку $T_3 - T_4$ равно $T_2 - T_1$, то равны между собой и изменения величин внутренней энергии: $U_{1,2} = U_{4,3}$.

Работа $A_{1,2}$ больше работы $A_{4,3}$ на величину $A/2$.

Следовательно, и количество теплоты, подведённой к газу на участке 1-2, больше количества теплоты, отведённой от газа на участке 3-4, на $A/2$.

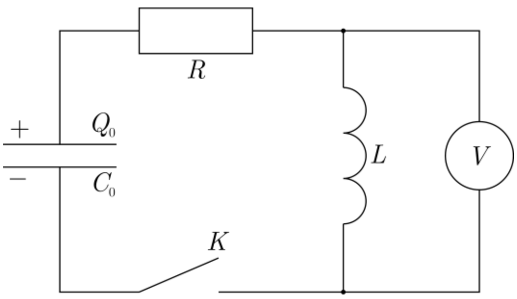
*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

**Критерии оценивания**

1. Использовано 1-е начало термодинамики для участков 1-2 и 3-4 цикла **1 балл**
2. Показано, что изменения температуры на участках 1-2 и 3-4 одинаковы (по модулю) **4 балла**
3. Сделан вывод о том, что изменения внутренней энергии на участках 1-2 и 3-4 равны (по модулю) **1 балл**
4. Показано, что модули работы на участках 1-2 и 3-4 отличаются на A/2 **3 балла**
5. Записан окончательный результат **1 балл**

**5. Колебаниям – нет!**

В электрической цепи (см. рис.), состоящей из резистора сопротивлением $R$, катушки индуктивностью $L$, на конденсаторе емкостью $C_0$ находится заряд $Q_0$. В некоторый момент времени замыкают ключ $K$ и одновременно начинают изменять емкость конденсатора так, что идеальный вольтметр показывает постоянное напряжение.




1) Как зависит от времени емкость конденсатора $C(t)$ при изменении $t$ от 0 до $t_1 = \sqrt{C_0 L}$?

2) Какую работу за время $t_1$ совершили внешние силы? Считайте, что $t_1 = L/R = \sqrt{C_0 L}$.

***Подсказка***. Количество теплоты, выделившейся на резисторе за время $t_1$, равно $W_R = \int\limits_0^{t_1} I^2(t) R dt = \dfrac{Q_0^2}{3C_0}$.

**Возможное решение**. **Осин М.**

В начальный момент времени ток в цепи не течёт, поэтому $U_L = U_C = \dfrac{Q_0}{C_0}$.

Поскольку $U_L = L\dfrac{dI}{dt}$ и остается постоянным (по условию), то: $I = \dfrac{Q_0}{C_0 L} t$.

По закону Ома для полной цепи

$$U_C = U_L + RI(t) = L\frac{dI}{dt} + RI(t) = \frac{Q_0}{C_0} + \frac{Q_0 R}{C_0 L} t = \frac{Q_0}{C_0}\left(1 + \frac{R}{L} t\right).$$

Заряд на конденсаторе изменяется по закону

$$Q(t) = Q_0 - \frac{Q_0}{C_0 L}\int\limits_0^t \tau d\tau = Q_0\left(1 - \frac{t^2}{2C_0 L}\right).$$

Этот же результат можно получить, вычислив площадь под графиком зависимости $I(t)$.

Окончательно, $C(t) = \dfrac{Q(t)}{U(t)} = C_0\left(1 - \dfrac{t^2}{2C_0 L}\right) \Big/ \left(1 + \dfrac{Rt}{L}\right)$.

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**

Искомую работу найдем из закона сохранения энергии

$$A = W_R + \Delta W_C + \Delta W_L\,.$$

Энергия, запасенная в конденсаторе,

$$W_C = \frac{1}{2}QU_C = \frac{Q_0^2}{2C_0}\left(1 - \frac{t^2}{2C_0L}\right)\left(1 + \frac{R}{L}t\right).$$

Отсюда $W_C(0) = \frac{1}{2}QU_C = \frac{Q_0^2}{2C_0}$, $\qquad W_C(t_1) = \frac{1}{2}QU_C = \frac{Q_0^2}{2C_0}\left(1 - \frac{1}{2}\right)(1+1) = \frac{Q_0^2}{2C_0}$.

Окончательно

$$A = \frac{Q_0^2}{3C_0} + 0 + \frac{Q_0^2}{2C_0} = \frac{5Q_0^2}{6C_0}.$$

***Примечание***. Условие, что напряжение на индуктивности остается постоянным, может выполняться только конечное время, поэтому в вопросе (1) стоит ограничение $t < t_1 = \sqrt{C_0L}$ .

## Критерии оценивания

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Получена зависимость $I(t)$ | **1 балл** |
| 2. | Получена зависимость $U(t)$ | **2 балла** |
| 3. | Получена зависимость $Q(t)$ | **2 балла** |
| 4. | Найдена зависимость $C(t)$ | **1 балл** |
| 5. | Записан закон сохранения энергии | **1 балл** |
| 6. | Показано, что энергия конденсатора не изменилась | **2 балла** |
| 7. | Вычислена работа внешних сил | **1 балл** |

*Сегодня, 20 января, на портале* **online.mipt.ru** *составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале* **online.mipt.ru**