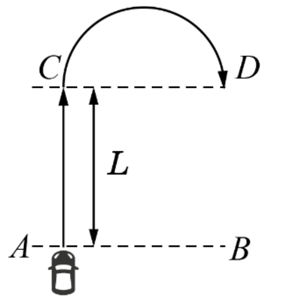
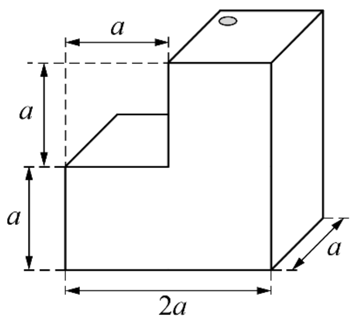
Задача 2.9.1. Испытания автомобилей (10 баллов). Автомобиль должен проехать с постоянным ускорением прямой участок длиной L от линии старта AB до линии CD и, после её пересечения, развернувшись по дуге окружности на 180^0, пересечь эту линию в обратном направлении (см. рис.). Начальная скорость автомобиля равна нулю, а на закругленном участке постоянна и равна скорости, достигнутой при разгоне по прямой. Ускорение автомобиля во время всего движения не должно превышать $a_{\max}$.



Во сколько раз время t_1 движения автомобиля от A до D при разгоне на участке AC с ускорением $a_{\max}$, превышает минимально возможное время t_2 движения от A до D?

Задача 2.9.2. Трехлитровый сосуд (10 баллов). Тонкостенный сосуд (в форме уголка) без дна, изображенный на рисунке, установлен на гладкой горизонтальной поверхности. В него через небольшое отверстие в правой верхней грани наливают воду. Когда 5/6 объема сосуда оказывается заполненным, вода начинает вытекать из-под него. Определите массу сосуда если известно, что $a = 10$ см, а плотность воды $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3.



Задача 2.9.3. Девять резисторов. Электрическая цепь состоит из девяти одинаковых резисторов и трёх идеальных амперметров (A_0, A_1, A_2). Через амперметр A_0 протекает ток силой I_0 = 9 мА. Определите показания амперметров A_1 и A_2.

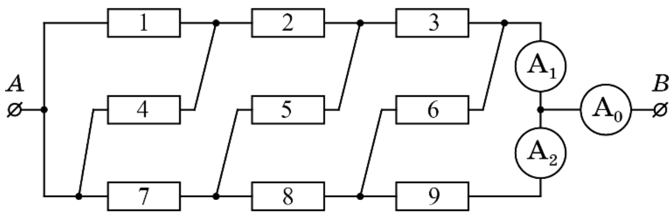


Рис. 1

24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

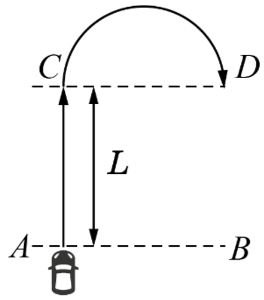
Задача 2.9.4. Испарение азота (1) (20 баллов). В стакан, установленный на весах, налит жидкий азот. Из-за теплообмена с окружающей средой азот выкипает и показания весов уменьшаются. В некоторый момент времени в стакан опускают цилиндр, имеющий комнатную температуру ($t_0 = +24^\circ\mathrm{C}$). Зависимость показания весов от времени приведена в таблице.

τ, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
m, г	250,0	244,0	238,0	232,0	289,5	270,5	251,5	232,5	220,0	214,0	208,0	202,0	196,0

- Постройте график зависимости $m(\tau)$.
- Определите удельную теплоту λ испарения азота.

Температура кипения азота $t_{\mathrm{K}} = -196^\circ\mathrm{C}$, масса цилиндра $M = 70\ \mathrm{г}$. Зависимость удельной теплоемкости материала цилиндра от температуры в диапазоне от $-200^\circ\mathrm{C}$ до $+50^\circ\mathrm{C}$ линейная, при этом удельная теплоемкость при $-200^\circ\mathrm{C}$ равна 300 Дж·кг/$^\circ\mathrm{C}$, а при $50^\circ\mathrm{C}$ равна 1200 Дж·кг/$^\circ\mathrm{C}$.

24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.



Задача 2.9.1. Испытания автомобилей (10 баллов). Автомобиль должен проехать с постоянным ускорением прямой участок длиной L от линии старта AB до линии CD и, после её пересечения, развернувшись по дуге окружности на 180^0, пересечь эту линию в обратном направлении (см. рис.). Начальная скорость автомобиля равна нулю, а на закругленном участке постоянна и равна скорости, достигнутой при разгоне по прямой. Ускорение автомобиля во время всего движения не должно превышать $a_{\max}$.

Во сколько раз время t_1 движения автомобиля от A до D при разгоне на участке AC с ускорением $a_{\max}$, превышает минимально возможное время t_2 движения от A до D?

Возможное решение (С. Кармазин). Пусть разгон происходит с ускорением a. Тогда время движения на участке AC равно $\tau_1 = \sqrt{2L/a}$, а достигнутая при этом скорость $u_1 = \sqrt{2La}$. Минимально возможный радиус закругления определяется максимально возможным ускорением и равен $R_{\min} = u_1^2 / a_{\max} = 2La / a_{\max}$. Время движения автомобиля на закруглении $\tau_2 = \pi R_{\min} / u_1 = \pi\sqrt{2La} / a_{\max}$. Общее время

$$t_1 = \tau_1 + \tau_2 = \sqrt{\frac{2L}{a}} + \frac{\pi}{a_{\max}}\sqrt{2La} = \sqrt{\frac{2\pi L}{a_{\max}}}\left(\sqrt{\frac{a_{\max}}{\pi a}} + \sqrt{\frac{\pi a}{a_{\max}}}\right). \qquad (1)$$

Выражение в скобках принимает минимальное значение равное 2 при $\sqrt{a_{\max}/(\pi a)} = 1$ (неравенство Коши). Таким образом минимально возможное время

$$t_2 = 2\sqrt{2\pi L / a_{\max}} = 2\sqrt{2\pi}\sqrt{L / a_{\max}}\ . \qquad (2)$$

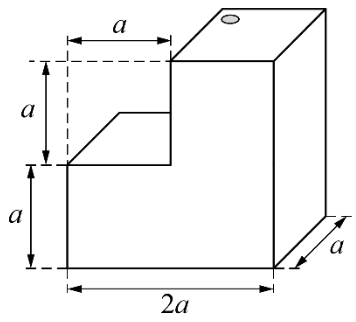
и достигается при $a_1 = a_{\max}/\pi$, что не противоречит условию $a_1 < a_{\max}$.

Если не пользоваться неравенством Коши, то следует либо взять производную по a, либо приравнять выражение в скобках из (1) к некоторой переменной $y = \sqrt{a_{\max}/(\pi a)} + \sqrt{\pi a / a_{\max}}$, возвести это уравнение в квадрат и решать полученное квадратное уравнение относительно a. Дискриминант этого уравнения окажется равным нулю при $y = 2$ и отрицательным при $y < 2$. Следовательно, $y = 2$ – это минимально возможное значение для y, и при этом $a_1 = a_{\max}/\pi$.

При разгоне с максимально возможным ускорением $a = a_{\max}$ время испытания (выражение (1)) равно

$t_1 = \tau_1 + \tau_2 = \sqrt{\frac{2\pi L}{a_{\max}}}\left(\sqrt{\frac{1}{\pi}} + \sqrt{\pi}\right) = \sqrt{\frac{2L}{a_{\max}}}(1+\pi)$. Окончательно, $n = \frac{t_1}{t_2} = \frac{1+\pi}{2\sqrt{\pi}} \approx 1{,}17$.

№	**Задача 2.9.1. Критерии оценивания (10 баллов)**	**Баллы**
1	Указано, что минимальный радиус закругления при разгоне $R_{\min} = 2La / a_{\max}$	2
2	Найдено время движения на участке AC: $\tau_1 = \sqrt{2L / a}$	1
3	Найдено время движения на закруглении: $\tau_2 = \pi\sqrt{2La} / a_{\max}$	1
4	Найдено минимально возможное время испытания t_2 (любым способом)	3
	Если идея нахождения минимума не реализована, то за пункт 4 больше 1 балла не ставить	
5	Найдено время испытания t_1 при разгоне с максимально возможным ускорением	2
6	Получен ответ задачи: $n \approx 1{,}17$	1



Задача 2.9.2. Трехлитровый сосуд (10 баллов). Тонкостенный сосуд (в форме уголка) без дна, изображенный на рисунке, установлен на гладкой горизонтальной поверхности. В него через небольшое отверстие в правой верхней грани наливают воду. Когда 5/6 объема сосуда оказывается заполненным, вода начинает вытекать из-под него. Определите массу сосуда если известно, что $a = 10$ см, а плотность воды $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Возможное решение (А. Евсеев). В момент начала подтекания результирующая сил давления воды на горизонтальную грань и сила тяжести сосуда не лежат на одной прямой. Поэтому он начинает поворачиваться вокруг правого нижнего ребра, относительно которого и будем рассматривать моменты сил.

Приподнимать сосуд будет сила давления воды на левую верхнюю грань. Подтекание начинается, когда заполнено 5/6 объема. В этот момент давление на верхнюю грань равно $\rho g a / 2$, а сила давления $(\rho g a / 2) a^2$. Плечо этой силы равно $3a / 2$.

С силой тяжести главная сложность заключается в определении положения центра масс конструкции. Разобьем сосуд на одинаковые части (например, на листы размером $a \cdot a$), для которых положение центра масс однозначно определяется, и запишем моменты сил этих частей. Обозначим массу одной такой части – m. Тогда полная масса сосуда будет равна $M = 12m$. По правилу моментов:

$$2mg \cdot 0 + 5mg \cdot (a / 2) + mg \cdot a + 3mg \cdot (3a / 2) + mg \cdot 2a = (\rho g a / 2) a^2 (3a / 2).$$

После приведения подобных получим: $m = \rho a^3 (3/40)$. Отсюда: $M = 0{,}9 \rho a^3 = 0{,}9$ кг.

№	**Задача 2.9.2. Критерии оценивания (10 баллов)**	**Баллы**
1	Учтено, что конструкция будет вращаться вокруг правой нижней грани	2
2	Записано выражение для силы давления воды	2
3	Корректный учёт момента силы тяжести конструкции	2
4	Записано правило моментов	2
5	Получена формула $M = 0{,}9 \rho a^3$	1
6	Числовое значение массы сосуда	1

Задача 2.9.3. Девять резисторов. Электрическая цепь состоит из девяти одинаковых резисторов и трёх идеальных амперметров (A_0, A_1, A_2). Через амперметр A_0 протекает ток силой I_0 = 9 мА. Определите показания амперметров A_1 и A_2.

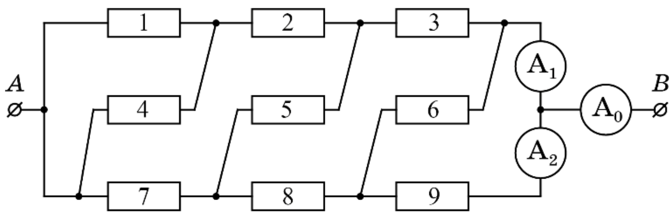


Рис. 1

Возможное решение (В. Слободянин). Резисторы R_1 и R_4 соединены параллельно, а резистор R_2 последовательно с ними. Эквивалентное сопротивление этого участка $R_Э = R_{1,4} + R_2 = 1{,}5R$. Такое же эквивалентное сопротивление получается из резисторов R_8, R_6 и R_9. На рис. 2 приведена упрощенная схема исходной цепи. Это несбалансированный электрический мост.

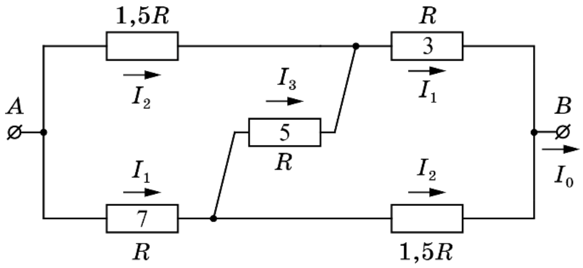


Рис. 2

Введём обозначения токов, протекающих через него. Заметим, что через резисторы R_3 и R_7 силы протекающих токов одинаковы.

Запишем систему уравнений:

$$1)\quad I_1 + I_2 = I_0;$$
$$2)\quad I_2 + I_3 = I_1;$$
$$3)\quad 1{,}5RI_2 = RI_1 + RI_3.$$

Откуда получим: I_1 = 5 мА, I_2 = 4 мА.

Вернёмся к исходной схеме. На рис. 3 показано распределение токов, протекающих через резисторы R_3, R_6 и R_9, а также амперметры A_0, A_1, A_2. Ток I_2 распределяется поровну меду резисторами R_6 и R_9. Следовательно, сила тока, протекающего через амперметр A_2 равна $I_{A2} = I_2 / 2 = 2$ мА, а через амперметр A_1 равна $I_{A1} = I_1 + I_2 / 2 = 7$ мА или $I_{A1} = I_0 - I_{A2} = 7$ мА.

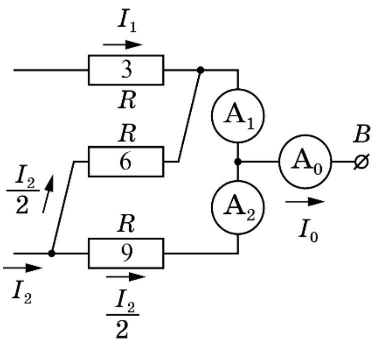


Рис. 3

№	Задача 2.9.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Упрощение исходной схемы путем нахождения эквивалентного сопротивления участков (по 1 баллу за каждый этап)	3
2	Определение силы токов полученной схемы (любым способом)	3
	Записано уравнение (1) (1 балл)	
	Записано уравнение (2) (1 балл)	
	Записано уравнение (3) (1 балл)	
3	Решена система уравнений (1), (2), (3) и	2
	найдена сила тока I_1 (1 балл)	
	найдена сила тока I_2 (1 балл)	
4	Найдены показания амперметров (по 1 баллу)	2

Задача 2.9.4. Испарение азота (1) (20 баллов). В стакан, установленный на весах, налит жидкий азот. Из-за теплообмена с окружающей средой азот выкипает и показания весов уменьшаются. В некоторый момент времени в стакан опускают цилиндр, имеющий комнатную температуру ($t_0 = +24^\circ\text{C}$). Зависимость показания весов от времени приведена в таблице.

τ, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
m, г	250,0	244,0	238,0	232,0	289,5	270,5	251,5	232,5	220,0	214,0	208,0	202,0	196,0

- Постройте график зависимости $m(\tau)$.
- Определите удельную теплоту λ испарения азота.

Температура кипения азота $t_\text{К} = -196^\circ\text{C}$, масса цилиндра $M = 70$ г. Зависимость удельной теплоемкости материала цилиндра от температуры в диапазоне от -200°C до $+50^\circ\text{C}$ линейная, при этом удельная теплоемкость при -200°C равна 300 Дж·кг/$^\circ$C, а при 50°C равна 1200 Дж·кг/$^\circ$C.

Возможное решение (А. Аполонский). До погружения цилиндра в стакан испарение азота происходит за счет тепла, поступающего из окружающей среды. Мощность теплообмена такова, что за 1 мин испаряется 6 г азота.

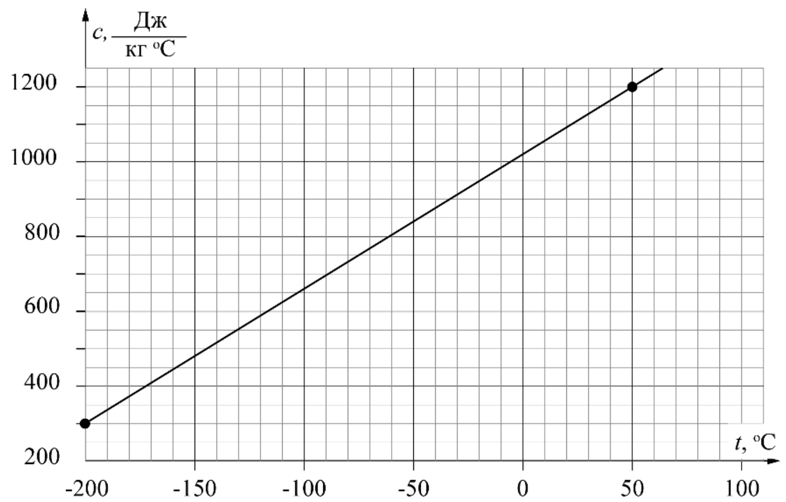
После погружения в азот цилиндра интенсивность испарения возрастает из-за теплообмена с цилиндром до тех пор, пока его температура не уменьшится от комнатной до температуры кипения жидкого азота.

Из-за теплообмена с цилиндром дополнительно испаряется масса азота равная

$$\Delta m = \frac{Q}{\lambda}.$$

Здесь Q – количество теплоты, которое отдает цилиндр при охлаждении.

Ввиду линейности зависимости удельной теплоемкости от температуры для расчета Q можно использовать среднее значение теплоемкости $c_\text{ср}$, соответствующее температуре -86°C.



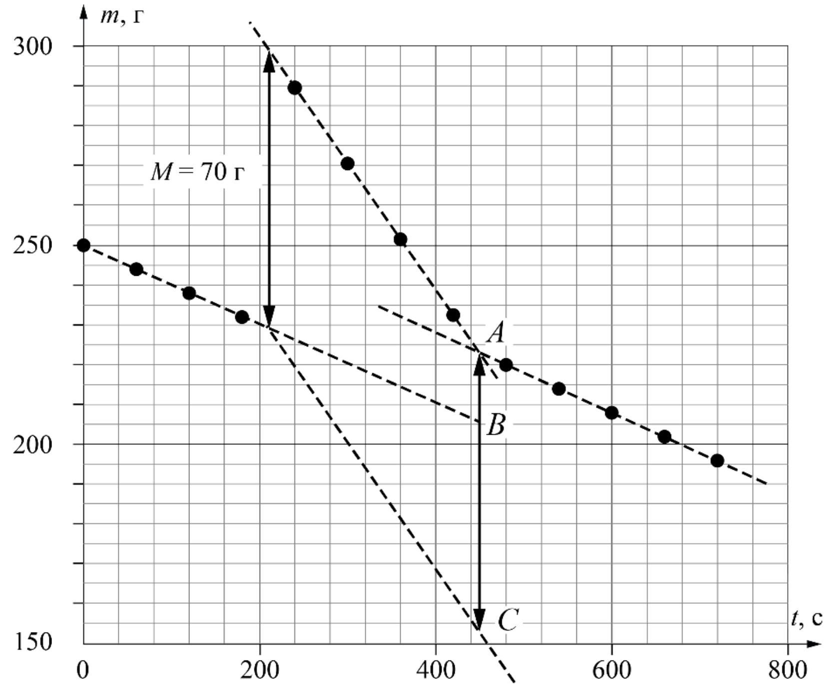
При заданных значениях теплоемкости в интервале температур от -200°C до $+50^\circ\text{C}$ значение $c_\text{ср}$ = 710 Дж/(кг$^\circ$C). При этом

$$Q = c_\text{ср} M \left(t_0 - t_\text{К}\right). \qquad (1)$$

Вместо значения $c_{\text{ср}}\left(t_0 - t_{\text{К}}\right)$ можно в формулу (1) подставить величину, пропорциональную площади под графиком $c(t)$ для интервала температур $t \in \left(-196^\circ\text{C} \div +24^\circ\text{C}\right)$. В результате получим:

$$Q = c_{\text{ср}} M\left(t_0 - t_{\text{К}}\right) = \left(710 \cdot 0{,}070 \cdot 220\right) \text{ кДж} = 10{,}9 \text{ кДж}.$$

По таблице построим график зависимости $m(\tau)$.



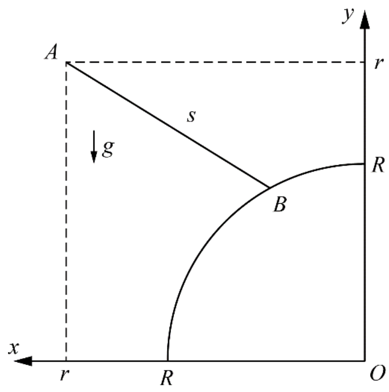
Из графика видно, что до 210 с идёт испарение азота, обусловленное теплообменом с окружающей средой. В районе 210 с в стакан опустили цилиндр (наблюдается скачок в показаниях весов равный 70 г), а после 450 секунд скорость испарения азота сравнялась с первоначальной. Следовательно, цилиндр остыл до температуры кипения азота и тепло по-прежнему поступает только в результате теплообмена с окружающей средой.

Если бы цилиндр в азот не погружали, то к 450 секунде показания весов оказались равными 205 г. С учетом массы цилиндра весы показывали бы 275 г. Таким образом, дополнительно испарившаяся масса азота $\Delta m_a \approx 52$ г (длина отрезка *BC*). Отсюда

$$\Delta m_a = \frac{Q}{\lambda} = \frac{c_{\text{ср}} M\left(t_0 - t_{\text{К}}\right)}{\lambda}. \qquad \lambda = \frac{Q}{\Delta m_a} \approx \frac{10{,}9}{0{,}052}\left(\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}\right) = 210\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

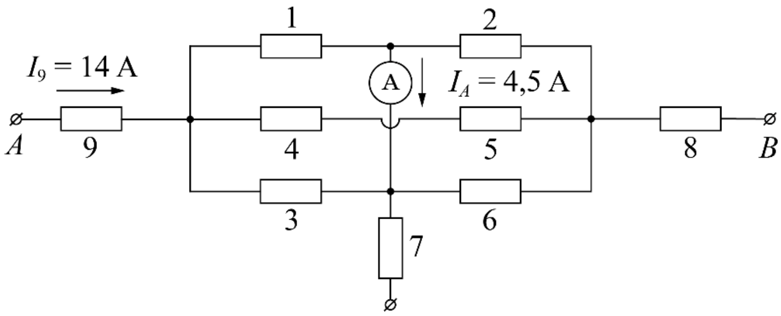
№	**Задача 2.9.4. Критерии оценивания (20 баллов)**	**Баллы**
1	Построен график зависимости массы азота (или массы испарившегося азота) от времени. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д.	8
	Подписаны оси и указаны единицы измерения (1 балл)	
	Выбран разумный масштаб координатных осей (1 балл)	
	Нанесены все экспериментальные точки (1 балл)	
	Через экспериментальные точки проведены соответствующие линии (прямые на начальном и на конечном участках графика) (2 балла)	
	В окрестности 210 с показан скачок массы на 70 г (2 балла)	
	Выполнена экстраполяция начального участка графика (до 450 с т.е. до пересечения с отрезком *AC*) (1 балл)	
2	Записано уравнения теплового баланса, получена формула $\lambda = Q / \Delta m_a$	2
	Определено количество теплоты, отданное при охлаждении цилиндра $Q \in (10,7 \div 11,1)$ кДж	3
	Если $Q \in (10,5 \div 10,7)$ кДж или $Q \in (11,1 \div 11,3)$ кДж (2 балла)	
	Если $Q \in (10,3 \div 10,5)$ кДж или $Q \in (11,3 \div 11,5)$ кДж (1 балл)	
3	Учтено изменение показаний весов, связанное с погружением цилиндра (1 балл) и теплообмена азота с окружающей средой (1 балл)	2
4	Определена масса азота, выкипевшая из-за теплообмена с цилиндром $\Delta m_a \in (50 \div 54)$ г	3
	$m_N \in (48 \div 50)$ г или $m_N \in (54 \div 56)$ г (2 балла)	
	$m_N \in (46 \div 48)$ г или $m_N \in (56 \div 58)$ г (1 балл)	
6	Получен ответ для $\lambda \in (200 \div 245)$ кДж/кг	2

Задача 2.10.1. Жёлоб (13 баллов). Шарик движется по гладкому жёлобу, расположенному в вертикальной плоскости, из точки A без начальной скорости. Жёлоб соединяет фиксированную. точку A, имеющую координаты (r; r), с некоторой точкой B, лежащей на дуге окружности радиуса R с центром в точке O (0; 0). При некотором положении точки B время движения шарика на участке AB оказывается минимально возможным (в процессе движения шарика точка B не перемещается). Определите, чему равно это минимальное время t. Ускорение свободного падения g.

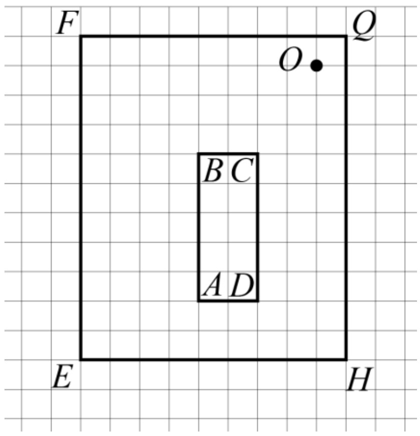


Задача 2.10.2. Разветвлённая цепь (12 баллов). На рисунке представлена часть разветвлённой электрической цепи, включающей девять резисторов и идеальный амперметр. Сопротивления резисторов равны: $R_1 = 1{,}0$ Ом, $R_2 = 2{,}0$ Ом, … $R_9 = 9{,}0$ Ом, (на рисунке приведены номера резисторов).

Сила токов, протекающих через R_9 и амперметр известны: $I_9 = 14$ А, $I_A = 4{,}5$ А, их направления указаны на рисунке. Определите силы токов, протекающих через резисторы R_7 и R_8, а также напряжение между точками A и B.



Задача 2.10.3. На складе (10 баллов). На территории промышленного объекта, обнесенной забором $FGHE$, расположен пост охраны (точка O) и склад $ABCD$. Охранники жаловались, что с поста им не видно стороны склада AB и AD. Для решения проблемы было решено установить плоские зеркала. Так как по территории объекта постоянно передвигается тяжелая техника, то зеркала можно вешать только на забор или на стены склада. При этом плоскость зеркала должна совпадать с плоскостью стены/склада. Схема территории приведена на рисунке. Размер одой клеточки равен 10 м.



1) Укажите, где нужно разместить плоское зеркало, чтобы с поста охраны была видна вся стена AB склада. Построениями докажите, что в зеркале будет видна вся стена AB.

***24 января** на портале http://abitu.net/vseros **будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура**. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
***26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура**. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

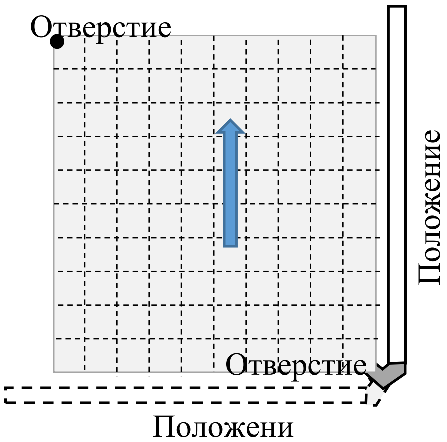
2) Укажите минимально возможную ширину зеркала для пункта 1 и где оно должно располагаться. Свои выводы подкрепите построениями и рассуждениями.
3) Возможно ли расположить на стене *EH* одно зеркало так, чтобы с поста охраны в него была видна вся стена *AD*? Свой ответ подкрепите построениями и рассуждениями.
4) Нарисуйте схему расположения зеркал с помощью которой охрана будет видеть всю стену склада *AD*. Вам необходимо использовать минимальное количество зеркал. Построениями докажите, что в зеркалах будет видна вся стена *AD*.

Задача 2.10.4. Гидростатический «серный ящик». (15 баллов). Внутри «серого ящика» в форме прямоугольного параллелепипеда имеются тонкие перегородки, которые могут быть расположены только по пунктирными линиям (см. рисунки) перпендикулярно боковым стенкам ящика (боковыми называются стенки (и параллельные им), на которых нарисована стрелка). Перегородки могут начинаться и заканчиваться либо на стенках «серого ящика», либо в точках пересечения пунктирных линий. Перегородки полностью перекрывают расстояние между боковыми стенками и непроницаемы как для воды, так и для воздуха. С помощью имеющегося оборудования определите расположение перегородок и их размеры. Толщиной перегородок и стенок «серого ящика» можно пренебречь. Оценивать погрешность не нужно.

Оборудование. «Серый ящик», шприц, полоска миллиметровой бумаги, стакан с жидкостью, пустой стакан, ножницы, скотч.

P.S. От вас требуется обработать приведенные ниже измерения и сделать выводы. В качестве ответа необходимо привести схему расположения перегородок в «сером ящике». Ответ должен быть обоснован и не должен противоречить имеющимся данным, которые получены экспериментальным путем, поэтому могут содержать погрешности.

Описание оборудования. «Серый ящик» - квадратная коробочка небольшой толщины с жесткими непрозрачными стенками серого цвета. На рисунке показана боковая стенка коробочки. В одном из углов коробочки есть отверстие (А). В противоположном углу сделано отверстие (Б), в которое помещен вращающийся штуцер с закрепленной на нем прозрачной трубочкой. Штуцер и трубочка не съемные, но трубочку можно поворачивать в положение 1, или в положение 2. Шприц медицинский объемом 100 мл с ценой деления 1 мл. Игла для шприца. Полоска миллиметровой бумаги шириной 1 см и длиной 15 см. Пластиковый стакан (объемом 200 мл) с подкрашенной жидкостью, которая плохо смачивает трубку и стенки коробочки. Пустой пластиковый стакан (объемом 200 мл). Ножницы канцелярские. Небольшая бобина узкого скотча.



24 января на портале http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Проделанные эксперименты и результаты измерений

Опыт №1. Измерение размеров коробочки.

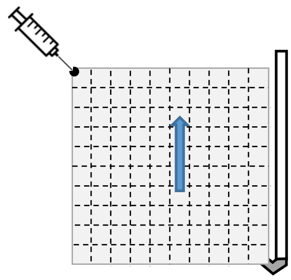
С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим размеры коробочки. Они равны 100 x 100 x 10 мм. Измерим расстояние между пунктирными линиями, а также от пунктирных линий до стенок коробочки. Все эти расстояния равны 10 мм.

Опыт №2. Измерение внешнего диаметра трубки.

Для измерения внешнего диаметра трубки измерим длину ее окружности. Для этого намотаем на трубку полоску миллиметровой бумаги. Сделаем 2 оборота. Длинна намотанной части бумаги равна 8,9 см.

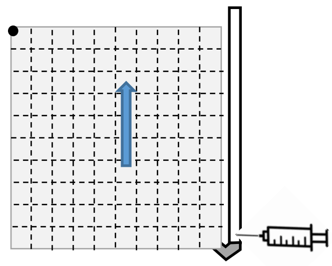
Опыт №3. Измерение внутреннего диаметра трубки.

Наберем в шприц жидкость, затем присоединим шприц (без иглы) к трубке и выдавим часть жидкости в трубку так, чтобы жидкость образовывала сплошной цилиндр без пузырьков воздуха. Объем выдавленной жидкости равен 8 мл. С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим длину части трубки, заполненной жидкостью. Она равна 8,0 см.



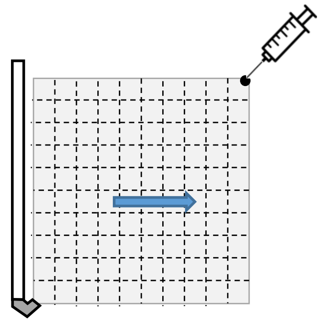
Опыт №4. Установим коробочку на горизонтальный стол так, чтобы нарисованная на ней стрелка указывала вверх. Наберем в шприц 100 мл жидкости и будем заливать её в коробочку порциями через отверстие А так, чтобы за каждую порцию уровень воды в трубочке поднимался на 5 мм. Уровень h жидкости в трубочке будем измерять от нижней стенки коробочки с помощью полоски миллиметровой бумаги, приклеенной к коробочке.

Полученные измерения $h(V_4)$ занесем в таблицу. Если при достаточно большом увеличении объема жидкости в коробочке уровень в трубочке не изменяется, то запишем в таблицу два крайних значения объемов, соответствующих этому уровню.

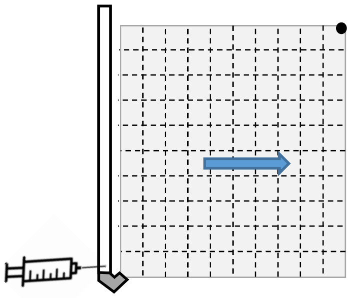


Опыт №5. Выльем всю жидкость из коробочки. При этом заметим, что после простого переворота коробочки из нее вытекает не вся жидкость. Чтобы извлечь из коробочки всю жидкость ее нужно наклонять под разными углами и трясти. По звуку определим, что нам удалось вылить всю жидкость из коробочки. Установим коробочку также, как в опыте №4.

Теперь будем заливать жидкость через отверстие Б, в которое вставлена трубочка. Для этого наберем в шприц 100 мл жидкости, наденем на него иглу и аккуратно проткнем иглой трубочку в самом низу. Таким образом мы сможем подавать жидкость в самое основание трубочки. Снимем аналогичную зависимость $h(V_5)$ – уровня жидкости в трубочке от объема налитой жидкости. Полученные данные занесем в таблицу.



Опыт №6. Вновь удалим всю жидкость из коробочки. Заклеим дырочку в трубочке с помощью скотча. Поставим коробочку так, чтобы стрелка смотрела вправо, а трубочка располагалась в положении 2. Повторим те же действия, что в опыте №4, заливая жидкость через открытое отверстие А. Полученные данные $h(V_6)$ занесем в таблицу.

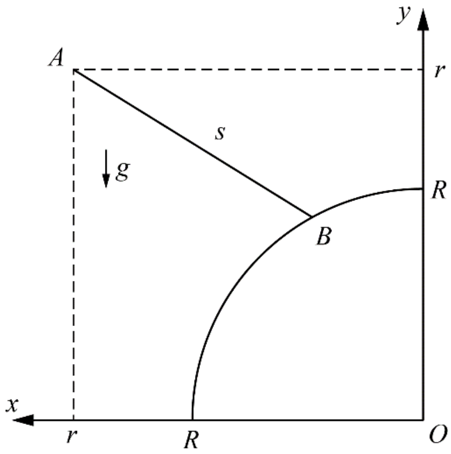


Опыт №7. Опять удалим всю жидкость из коробочки и повторим опыт №5, но расположив коробочку как в опыте №6. Полученные данные $h(V_7)$ занесем в таблицу.

h, мм	V_4, мл	V_5, мл	V_6, мл	V_7, мл
0	0 - 9	0	0 - 10	0
5	11	2	15	6
10	13	4	21	11
15	15	6	26	17
20	17	8	32	22
25	19	10	38	28
30	21	12 - 21	43	33
35	25	25	46	36
40	28	28	49	39
45	31	31	52	42
50	35	35	55	45 - 55
55	37	37	56	56
60	38	39	58	58
65	40	41	59	60
70	44 - 71	43 - 71	61	61
75	75	75	62	62
80	79	79	64	63
85	83	83	66	65
90	87	87	67	67
95	91	91	68	68
100	95	95	70	70

24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

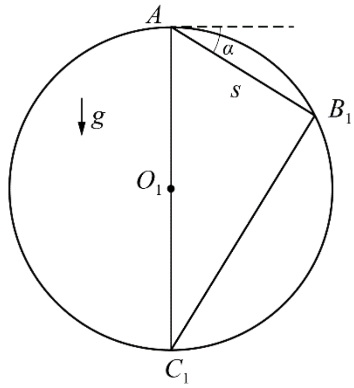
Задача 2.10.1. Жёлоб (13 баллов). Шарик движется по гладкому жёлобу, расположенному в вертикальной плоскости, из точки A без начальной скорости. Жёлоб соединяет фиксированную. точку A, имеющую координаты $(r; r)$, с некоторой точкой B, лежащей на дуге окружности радиуса R с центром в точке O (0; 0). При некотором положении точки B время движения шарика на участке AB оказывается минимально возможным (в процессе движения шарика точка B не перемещается). Определите, чему равно это минимальное время t. Ускорение свободного падения g.



Возможное решение (А. Уймин). Найдём геометрическое место точек в которых шарик может оказаться в момент времени t. Пусть α – угол, который составляет желоб с горизонтом. Из второго закона Ньютона ускорение шарика будет равно $a = g\sin\alpha$.

Пройденное шариком расстояние $s = \dfrac{at^2}{2} = \dfrac{g\sin\alpha \cdot t^2}{2}$. Отсюда следует, что $\dfrac{s}{\sin\alpha} = \dfrac{g\cdot t^2}{2}$.

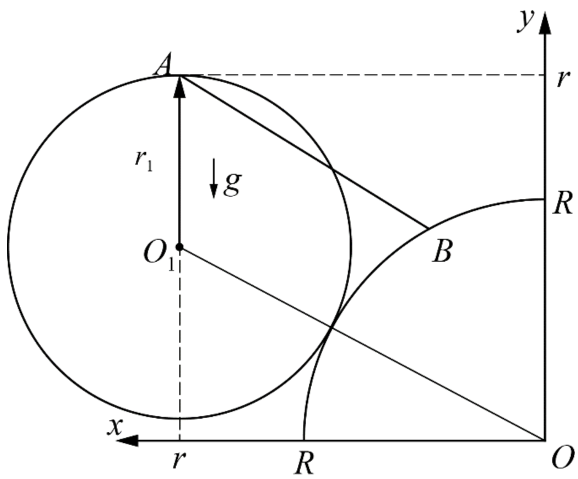
То есть для всех точек, в которых может оказаться шарик спустя время t, величина $s/\sin\alpha$ будет одинаковой.



Покажем, что все эти точки лежат на окружности, центр которой лежит строго под точкой A, а сама окружность проходит через точку A.

Построим такую окружность для одного из возможных положений желоба. Из геометрии $\angle AB_1C_1 = 90^\circ$ (как вписанный, опирающийся на диаметр), тогда $\angle B_1C_1A = \alpha$, и $AC_1 = \dfrac{s}{\sin\alpha} = \dfrac{g\cdot t^2}{2} = 2r_1$, где r_1 – радиус нарисованной нами окружности. Получается, что радиус такой окружности не зависит от угла наклона жёлоба.

В таком случае, время спуска шарика будет минимальным, когда нарисованная нами окружность коснётся дуги радиуса R.



Выразим расстояние OO_1 двумя способами.

$$(OO_1)^2 = (R + r_1)^2 = r^2 + (r - r_1)^2,$$

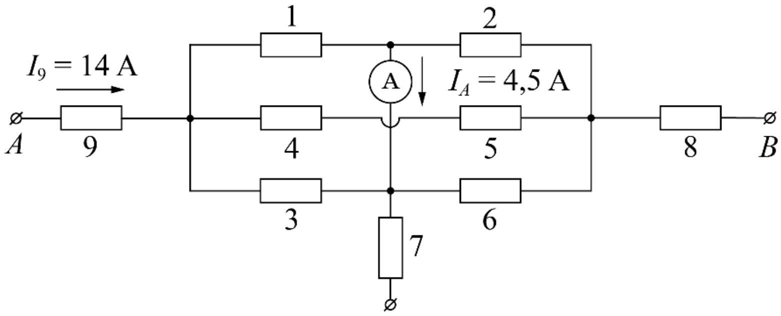
откуда $r_1 = \dfrac{2r^2 - R^2}{2(r+R)}$.

Ранее мы показали, что $r_1 = \dfrac{g\cdot t^2}{4}$, значит $t = \sqrt{\dfrac{4r_1}{g}} = \sqrt{\dfrac{2}{g}\dfrac{(2r^2 - R^2)}{(r+R)}}$.

№	**Задача 2.10.1. Критерии оценивания (13 баллов)**	**Баллы**
1	Найдено ускорение движения по жёлобу	2
2	Доказано, что множество точек, задающих возможное положение шарика в произвольный момент времени, представляет окружность; либо из кинематики получено уравнение, связывающее время движения шарика до дуги окружности с углом наклона жёлоба к горизонту	4
3	Указано, что минимальное время соответствует касанию окружностей; Либо указано правильное условие минимальности для кинематического уравнения (производная времени по углу равна нулю)	2
4	Получено значение угла наклона жёлоба или длины желоба, соответствующих минимальному времени	2
5	Найдено минимальное время.	3

Задача 2.10.2. Разветвлённая цепь (12 баллов). На рисунке представлена часть разветвлённой электрической цепи, включающей девять резисторов и идеальный амперметр. Сопротивления резисторов равны: $R_1 = 1,0$ Ом, $R_2 = 2,0$ Ом, … $R_9 = 9,0$ Ом, (на рисунке приведены номера резисторов).

Сила токов, протекающих через R_9 и амперметр известны: $I_9 = 14$ А, $I_A = 4,5$ А, их направления указаны на рисунке. Определите силы токов, протекающих через резисторы R_7 и R_8, а также напряжение между точками A и B.

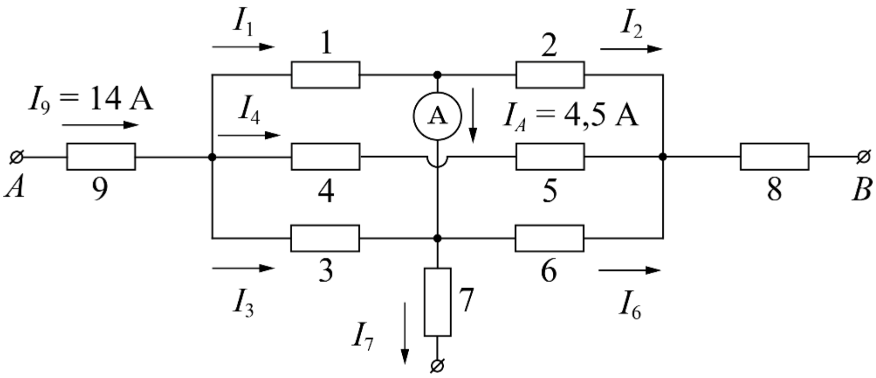


Возможное решение (А. Аполонский). Напряжения на резисторах R_1 и R_3, R_2 и R_6 одинаковы. Поэтому для токов через них справедливы соотношения $I_1 = 3I_3$, $I_2 = 3I_6$.

В узле C ток разделяется: $I_1 = I_2 + I_\text{А}$. Для узла D: $I_3 + I_\text{А} = I_6 + I_7$.

Сила тока $I_7 = I_3 - I_6 + I_\text{А} = \frac{1}{3}I_1 - \frac{1}{3}I_2 + I_\text{А} = \frac{1}{3}I_\text{А} + I_\text{А} = \frac{4}{3}I_\text{А} = 6$ А.

Сила тока, втекающего в рассматриваемый участок цепи, $I_9 = 14$ А. Вытекает из участка $I_7 = 6$ А, и $I_8 = I_9 - I_7 = 8$ А.



Сила тока

$$I_4 = I_9 - (I_1 + I_3) = I_9 - 4I_3. \quad (1)$$

Сумма напряжений на резисторах R_1 и R_2 равна сумме напряжений на R_4 и R_5:

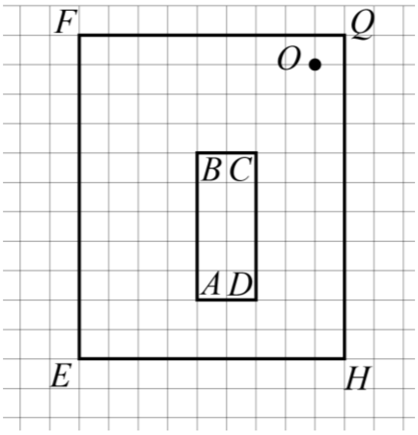
$$3I_3R_1 + (3I_3 - I_\text{А})R_2 = I_4(R_4 + R_5). \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим: $I_4 = 2{,}0$ А.

$$U_{AB} = I_9R_9 + I_4(R_4 + R_5) + I_8R_8 = 208 \text{ В}.$$

№	**Задача 2.10.2. Критерии оценивания (12 баллов).**	**Баллы**
1	Верно применено условие разветвления токов для любого из узлов	1
2	Указано, что сумма токов, втекающих в приведённый в условии участок цепи равна сумме токов, вытекающих из него	2
3	Указано одно из соотношений между напряжениями: $U_1 = U_3$ или $U_2 = U_6$ или $U_1 + U_2 = U_4 + U_5$ или $U_3 + U_6 = U_4 + U_5$ или верно записано второе правило Кирхгофа для контура из резисторов 1-6.	2
4	Записано, что напряжение на участке *AB* равно сумме напряжений U_9, U_8 и напряжения на одной из трёх центральных веток.	1
5	Найдена сила тока I_7 (формула + число)	1+1
6	Найдена сила тока I_8 (формула + число)	1+1
7	Найдено напряжение *AB* (формула + число)	1+1

Задача 2.10.3. На складе (10 баллов). На территории промышленного объекта, обнесенной забором *FGHE*, расположен пост охраны (точка *O*) и склад *ABCD*. Охранники жаловались, что с поста им не видно стороны склада *AB* и *AD*. Для решения проблемы было решено установить плоские зеркала. Так как по территории объекта постоянно передвигается тяжелая техника, то зеркала можно вешать только на забор или на стены склада. При этом плоскость зеркала должна совпадать с плоскостью стены/склада. Схема территории приведена на рисунке. Размер одой клеточки равен 10 м.

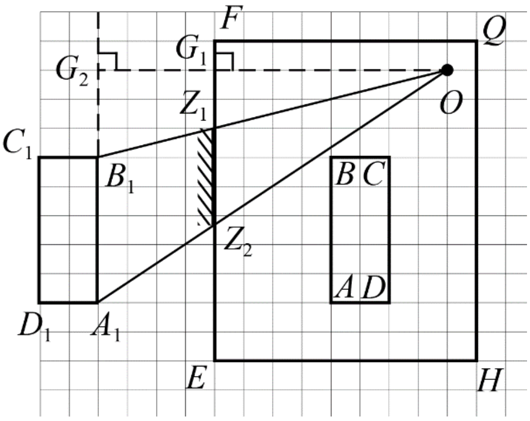


1) Укажите, где нужно разместить плоское зеркало, чтобы с поста охраны была видна вся стена *AB* склада. Построениями докажите, что в зеркале будет видна вся стена *AB*.
2) Укажите минимально возможную ширину зеркала для пункта 1 и где оно должно располагаться. Свои выводы подкрепите построениями и рассуждениями.
3) Возможно ли расположить на стене *EH* одно зеркало так, чтобы с поста охраны в него была видна вся стена *AD*? Свой ответ подкрепите построениями и рассуждениями.
4) Нарисуйте схему расположения зеркал с помощью которой охрана будет видеть всю стену склада *AD*. Вам необходимо использовать минимальное количество зеркал. Построениями докажите, что в зеркалах будет видна вся стена *AD*.

Возможное решение (М. Карманов).

Вопросы №1, 2.

Разместим зеркало на стене *EF*. Для начала предположим, что зеркало покрывает всю стену. Построим изображение склада в зеркале. Изображение, создаваемое плоским зеркалом, симметрично исходному предмету относительно плоскости зеркала. Построим изображение A_1B_1 стены склада. Нам нужно, чтобы лучи от всех точек изображения стены склада доходили до поста охраны. Построим крайние лучи A_1O и B_1O. Именно эти лучи и задают границы зеркала Z_1Z_2. Все остальные нужные нам лучи будут лежать между этими крайними лучами. Размеры зеркала можно найти из подобия треугольников OB_1A_1 и OZ_1Z_2. Их стороны относятся также как высоты

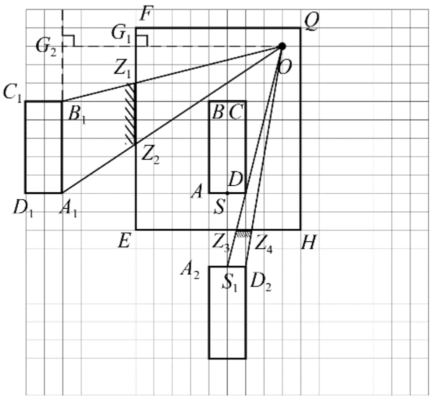


$$\frac{OG_1}{OG_2} = \frac{Z_1Z_2}{B_1A_1},$$ откуда

$$Z_1Z_2 = B_1A_1\frac{OG_1}{OG_2} = \frac{100}{3}\text{ м} \approx 33{,}3\text{ м}.$$

Вопросы №3, 4

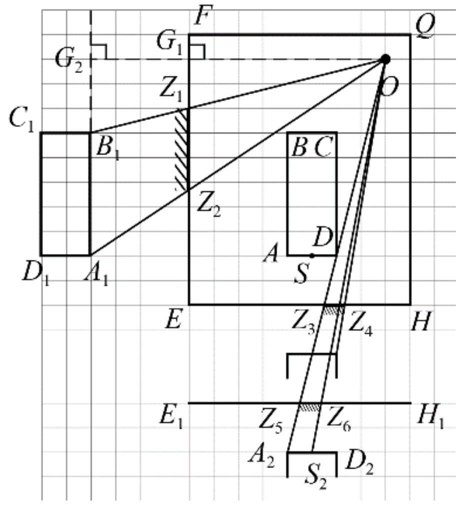
Для начала аналогично пунктам 1 и 2 построим изображения стены *AD* склада в зеркале, размещенном на заборе *EH*.



Как видно из построений угол *D* склада не позволяет увидеть в зеркале всю стену *AD*. Можно увидеть лишь ее половину *SD*. Значит одного зеркала недостаточно.

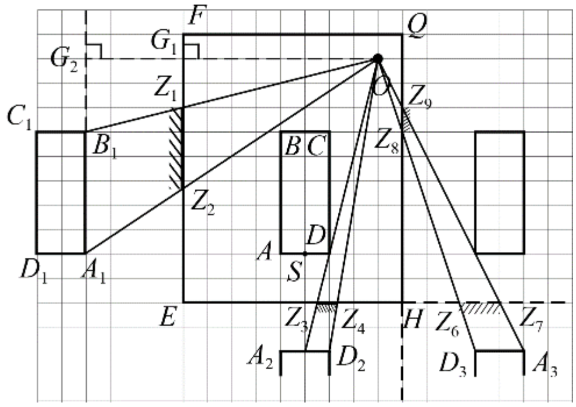
Добавим еще одно зеркало на стену *AD*, чтобы луч, вышедший из точки *A* после отражения от зеркала на заборе, попадал бы в зеркало на стене склада, затем опять в зеркало на заборе и доходил до поста охраны.

Проще всего визуализировать ход такого луча, если при каждом отражении от зеркала изгибать не сам луч, а отражать относительно зеркала пространство, в котором он перемещается. Запустим луч в обратном направлении из точки *O* к точке *A*. Сначала он должен отразиться от зеркала на заборе. При этом можно считать, что луч продолжил движение по прямой, а склад отразился симметрично забору. После отражения от зеркала на стене склада также можно считать, что лучик продолжил движение по прямой, но забор нужно отразить симметрично относительно склада и т.д.



Из получившегося рисунка видно, что для того, чтобы увидеть часть склада *AS* нужно разместить на стене склада зеркало от точки *S* почти до угла *D*, а зеркало на заборе *EH* должно идти о точки Z_4 до точки Z_5.

Таким образом достаточно двух зеркал. А раз одного недостаточно, то очевидно – два является минимально возможным числом.



Есть и другой вариант решения. Второе зеркало можно расположить не на стене *AD* склада, а на заборе *QH*. Построим аналогичным образом ход лучей для этого случая. Как видно из рисунка можно добиться обзора всей стены за счет размещения зеркала Z_6Z_7 на стене *EH* и зеркала Z_8Z_9 на стене *QH*.

№	**Задача 2.10.3. Критерии оценивания (10 баллов).**	**Баллы**
1	Продемонстрировано верное построение хода лучей после отражения от зеркала	1
2	Продемонстрировано верное построение области видимости	1
3	Ответ на первый вопрос + обоснование	1+1
4	Верные построения для второго вопроса + верное число	1+1
5	Верный ответ на 3 вопрос + обоснование	1+1
6	Верный ответ на четвертый вопрос + обоснование	1+1

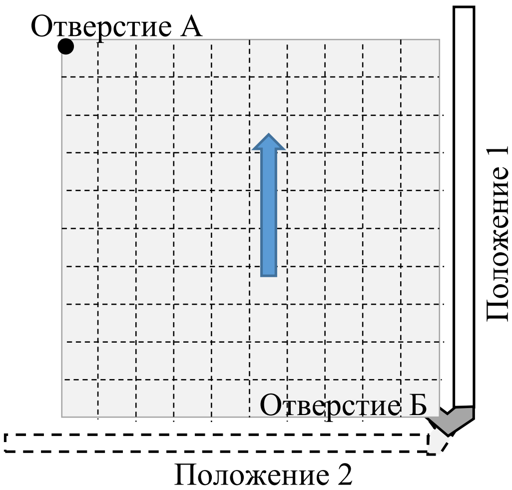
Задача 2.10.4. Гидростатический «серный ящик». (15 баллов). Внутри «серого ящика», имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, находятся тонкие перегородки, которые могут быть расположены только вдоль пунктирных линий (см. рисунки) перпендикулярно боковым стенкам ящика (боковыми называются стенки, на которых нарисована стрелка). Перегородки могут начинаться и заканчиваться либо на стенках «серого ящика», либо в точках пересечения пунктирных линий. Перегородки полностью перекрывают расстояние между боковыми стенками и непроницаемы как для воды, так и для воздуха. С помощью имеющегося оборудования определите расположение перегородок и их размеры. Толщиной перегородок и стенок «серого ящика» можно пренебречь. Оценивать погрешность не нужно.

Оборудование

«Серый ящик», шприц с иглой, полоска миллиметровой бумаги, стакан с жидкостью, пустой стакан, ножницы, скотч.

P.S. От вас требуется обработать приведенные ниже измерения и сделать выводы. В качестве ответа необходимо привести схему расположения перегородок в «сером ящике». Ответ должен быть обоснован и не противоречить имеющимся данным, которые получены экспериментальным путем и поэтому содержат погрешности.

Описание оборудования



«Серый ящик» - квадратная коробочка небольшой толщины с жесткими непрозрачными стенками серого цвета. На рисунке показана боковая стенка коробочки. В одном из углов коробочки есть отверстие (А). В противоположном углу сделано отверстие (Б), в которое помещен вращающийся штуцер с закрепленной на нем прозрачной трубочкой. Штуцер и трубочка не съемные, но трубочку можно поворачивать в положение 1, или в положение 2. Шприц медицинский объемом 100 мл с ценой деления 1 мл. Игла для шприца. Полоска миллиметровой бумаги шириной 1 см и длиной 15 см. Пластиковый стакан (объемом 200 мл) с подкрашенной жидкостью, которая плохо смачивает трубку и стенки коробочки. Пустой пластиковый стакан (объемом 200 мл). Ножницы канцелярские. Небольшая бобина узкого скотча.

Проделанные эксперименты и результаты измерений

Опыт №1. Измерение размеров коробочки.

С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим размеры коробочки. Они равны $100\,\text{мм} \times 100\,\text{мм} \times 10\,\text{мм}$. Измерим расстояние между пунктирными линиями, а также от пунктирных линий до стенок коробочки. Все эти расстояния равны 10 мм.

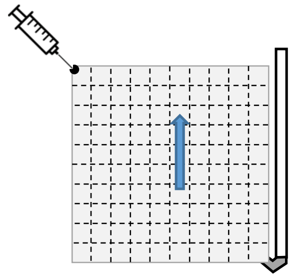
Опыт №2. Измерение внешнего диаметра трубки.

Для измерения внешнего диаметра трубки измерим длину ее окружности. Для этого намотаем на трубку полоску миллиметровой бумаги. Сделаем 2 оборота. Длинна намотанной части бумаги равна 8,9 см.

Опыт №3. Измерение внутреннего диаметра трубки.

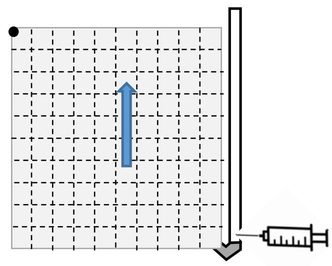
Наберем в шприц жидкость, затем присоединим шприц (без иглы) к трубке и выдавим часть жидкости в трубку так, чтобы жидкость образовывала сплошной цилиндр без пузырьков воздуха. Объем выдавленной жидкости равен 8 мл. С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим длину части трубки, заполненной жидкостью. Она равна 8,0 см.

Опыт №4. Установим коробочку на горизонтальный стол так, чтобы нарисованная на ней стрелка указывала вверх. Наберем в шприц 100 мл жидкости и будем заливать её в коробочку порциями через отверстие А так, чтобы за каждую порцию уровень воды в трубочке поднимался на 5 мм. Уровень h жидкости в трубочке будем измерять от нижней стенки коробочки с помощью полоски миллиметровой бумаги, приклеенной к коробочке.



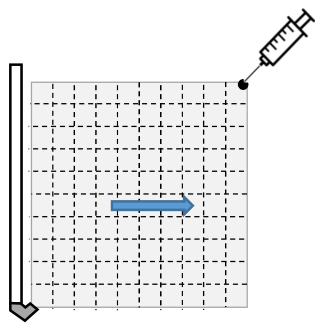
Полученные измерения $h(V_4)$ занесем в таблицу. Если при достаточно большом увеличении объема жидкости в коробочке уровень в трубочке не изменяется, то запишем в таблицу два крайних значения объемов, соответствующих этому уровню.

Опыт №5. Выльем всю жидкость из коробочки. При этом заметим, что после простого переворота коробочки из нее вытекает не вся жидкость. Чтобы извлечь из коробочки всю жидкость ее нужно наклонять под разными углами и трясти. По звуку определим, что нам удалось вылить всю жидкость из коробочки. Установим коробочку также, как в опыте №4.

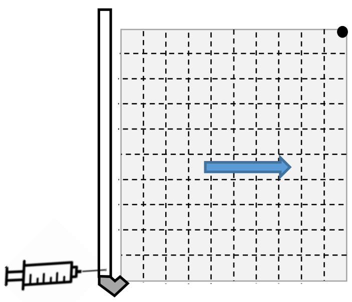


Теперь будем заливать жидкость через отверстие Б, в которое вставлена трубочка. Для этого наберем в шприц 100 мл жидкости, наденем на него иглу и аккуратно проткнем иглой трубочку в самом низу. Таким образом мы сможем подавать жидкость в самое основание трубочки. Снимем аналогичную зависимость $h\,(V_5)$ – уровня жидкости в трубочке от объема налитой жидкости. Полученные данные занесем в таблицу.

Опыт №6. Вновь удалим всю жидкость из коробочки. Заклеим дырочку в трубочке с помощью скотча. Поставим коробочку так, чтобы стрелка смотрела вправо, а трубочка располагалась в положении 2. Повторим те же действия, что в опыте №4, заливая жидкость через открытое отверстие А. Полученные данные $h(V_6)$ занесем в таблицу.



Опыт №7. Опять удалим всю жидкость из коробочки и повторим опыт №5, но расположив коробочку как в опыте №6. Полученные данные $h(V_7)$ занесем в таблицу.



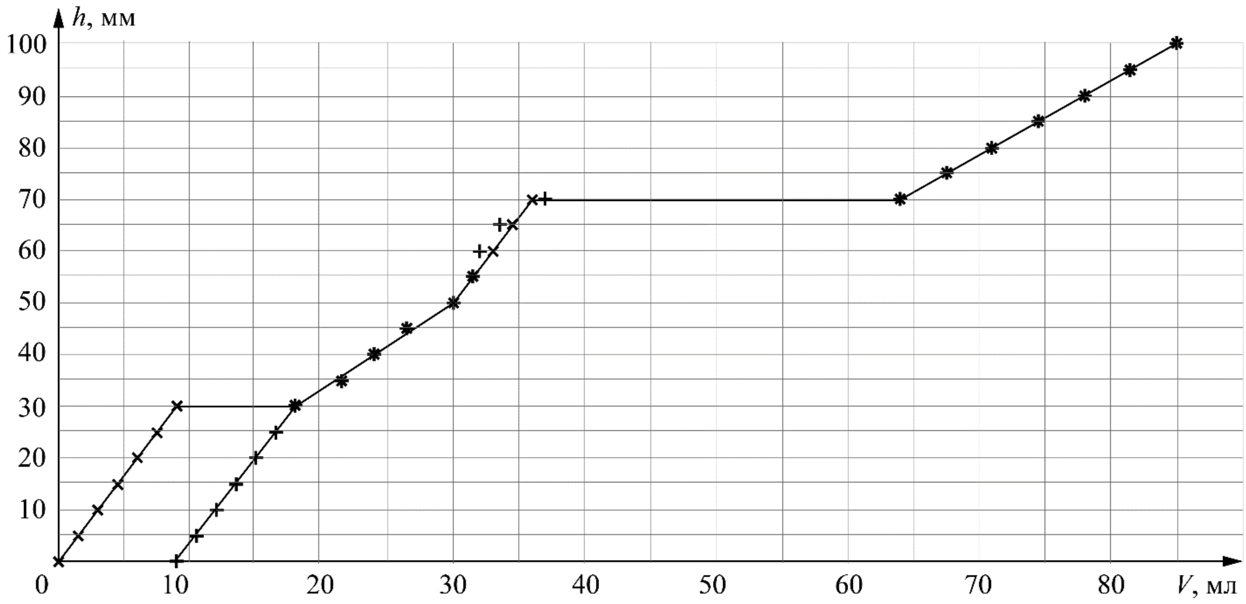
Таблица

h, мм	V_4, мл	V_5, мл	V_6, мл	V_7, мл
0	0 - 9	0	0 - 10	0
5	11	2	15	6
10	13	4	21	11
15	15	6	26	17
20	17	8	32	22
25	19	10	38	28
30	21	12 - 21	43	33
35	25	25	46	36
40	28	28	49	39
45	31	31	52	42
50	35	35	55	45 - 55
55	37	37	56	56
60	38	39	58	58
65	40	41	59	60
70	44 - 71	43 - 71	61	61
75	75	75	62	62
80	79	79	64	63
85	83	83	66	65
90	87	87	67	67
95	91	91	68	68
100	95	95	70	70

Возможное решение. (М. Карманов).

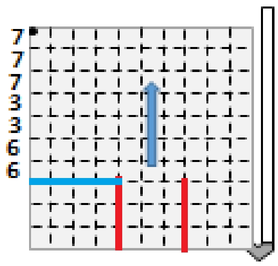
1. Обратим внимание, что при заливании жидкости в «серый ящик» часть ее оказывается в трубочке. Вычислим площадь внутреннего сечения трубочки. Из опыта №3 следует, что площадь внутреннего сечения трубочки равна $S_{тр}$ = 1,0 см^2. Это значит, что в полностью заполненной трубочке будет находиться 10 мл жидкости, что сравнимо с общим объемом залитой жидкости. Пересчитаем значения в таблице, вычтя из них объем $S_{тр}h$ жидкости в трубочке. Построим графики зависимости $h(V)$.

График для 4 и 5 опытов.



Плюсиками отмечены точки, соответствующие заливанию жидкости «сверху», а крестики – «снизу». Как видно, графики отличаются только для участка 0-30 мм.

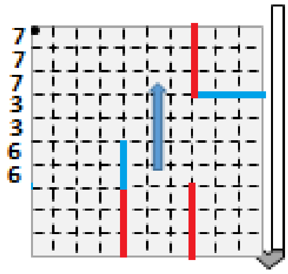
При заливании жидкости «сверху» она сначала заполняет некоторую полость, расположенную сбоку от нижнего отверстия. Объем этой полости равен 9 мл. Учитывая, что после 30 мм графики идут совершенно одинаково, можно сделать вывод, что при заполнении «снизу» эта же полость заполняется при уровне воды в 30 мм. То есть высота перегородки, отделяющей эту полость от отверстия, равна 30 мм. Также заметим, что при заливании «снизу» полость начала заполняться после того, как было залито 9 мл жидкости. То есть объем пространства справа от перегородки тоже равен 9 мл. Нарисуем самый простой из возможных вариантов, соответствующих этому условию. Красным обозначены перегородки, в которых мы более-менее уверены, а синим - которые расположены весьма условно.



Подсчитаем эффективную площадь, заполняемую жидкостью, при различных ее уровнях. Из графика видно, что на уровне 30-50 мм заполняется площадь в 6 см^2, 50-70 мм – 3 см^2, 70-100 мм – 7 см^2.

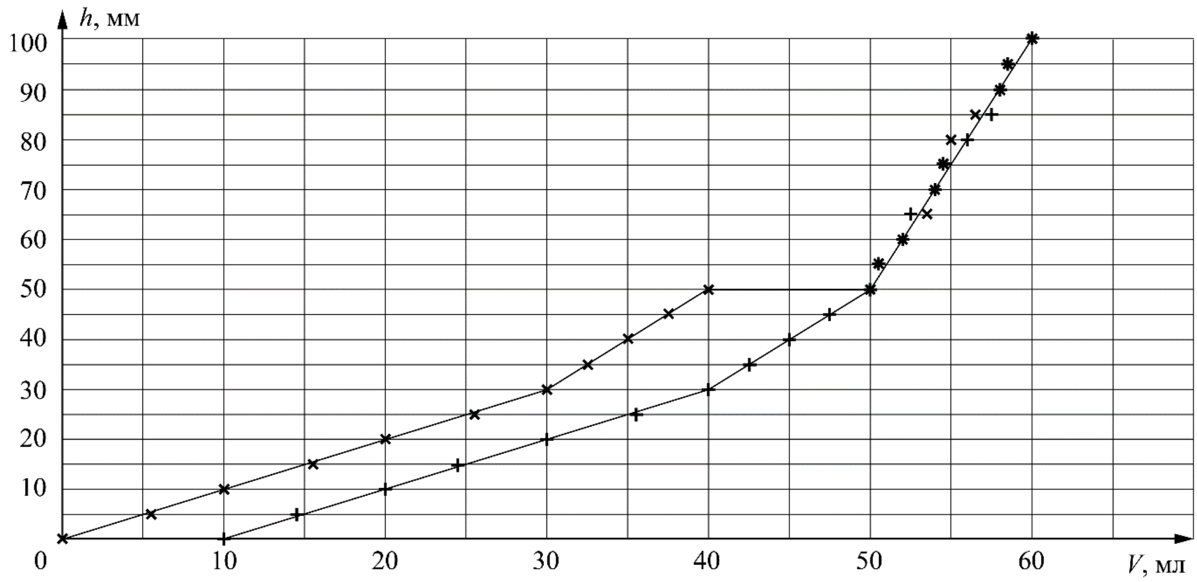
Разберемся с уровнем 30-50 мм. Должны заполняться только 6 клеток в ряду из 4-х. Правые 4 клетки должны заполняться, так как иначе при заливании жидкости снизу не будет ее перетока через перегородку. Предположим, что стенка находится слева.

Разберемся с уровнем 70-100 мм. Там заполняется 7 клеток в ряду и обязана заполняться клетка, прилегающая к отверстию. Пусть перегородками отрезана область размером 3x3. Если эта область располагается не в правом верхнем углу, а сдвинута левее, то в зазор между этой областью и правой стенкой жидкость все равно не сможет забежать, так как там образуется воздушный пузырь, значит область расположена в правом верхнем углу. Собственно, нижняя горизонтальная перегородка этой области не обязательна, так как жидкость в любом случае не будет затекать в нее.

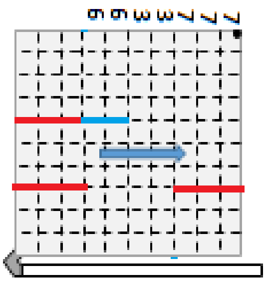


Перейдем к рассмотрению 6 и 7 опытов.

График для 6 и 7 опытов.

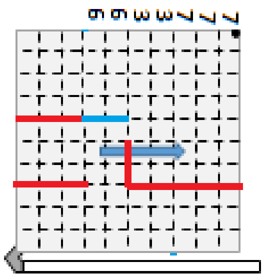


Из графика видно, что заполнение сверху и снизу идет одинаково, с той лишь разницей, что при заполнении сверху изначально жидкость заполняет полость объемом 10 мл, которая при заполнении снизу заполняется при уровне жидкости в 50 мм. Заполняемые площади для каждого уровня равны: 0-30 мм – 10 см^2, 30-50 мм – 5 см^2, для участка 50-100 мм нельзя гарантированно утверждать, что график линейный. Но, если он линейный, то заполняемая площадь равна 2 см^2.

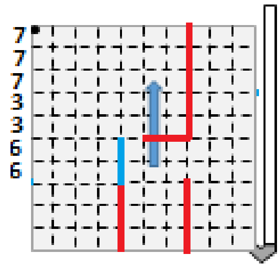


При заполнении снизу до уровня 30 мм заполняется все сечение коробочки, значит там отсутствуют вертикальные (для этого положения коробочки) перегородки.

Далее, заметим, что при уровне в 50 мм в коробочку вмещается 50 мл жидкости при заполнении хоть сверху, хоть снизу. То есть при уровне в 50 мм должна быть заполнена вся нижняя (для этого расположения коробочки) половина коробочки. Также учтем, что при заполнении сверху, жидкость должна сначала заполнять полость объемом 10 мл, эта полость может располагаться только на уровне от 30 до 50 мм, но при заполнении этого уровня снизу, заполняемая

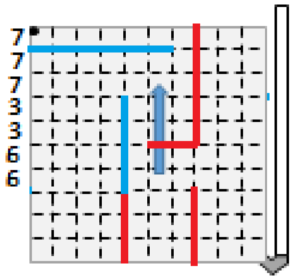


площадь равна 5 см^2. Тогда по сути единственный возможный вариант расположения этой полости следующий:



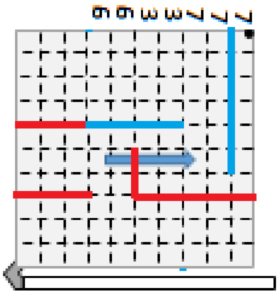
Вернемся к 4 и 5 опытам.

В правом верхнем углу у нас образовалась полость объемом 15 мл. Полный объем жидкости, вмещающейся в коробочку равен 85 мл, то есть незаполненным остается как раз объем полости в правом верхнем углу, а все остальное пространство должно быть заполнено.



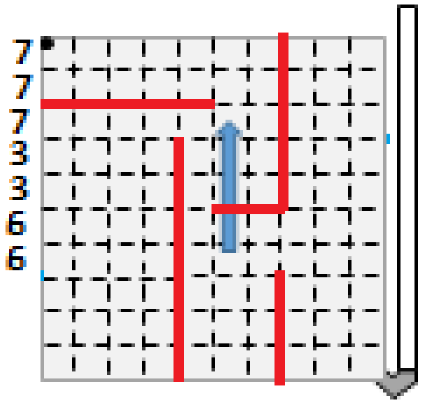
На уровне 50-70 мм должно заполняться три клеточки в ряду, а после 70 мм идет заполнение полости объемом 27-28 мл. Самый простой способ обеспечить эти условия – поднять синюю стенку до уровня 70 мм. Также чтобы жидкость из верхнего отверстия не попадала в левую полость, нужна горизонтальная перегородка. Такое расположение перегородок полностью соответствует данным опытов 4 и 5.

Вернемся к опытам 6 и 7.



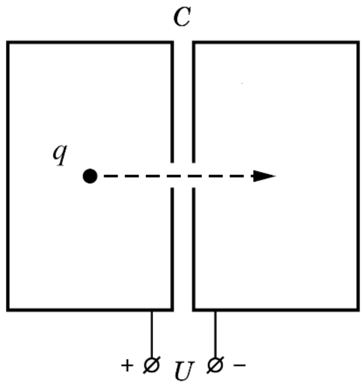
Первая проблема заключается в том, что теперь при подъеме жидкости до уровня в 40 мм правая синяя стенка запрет воздух в левом верхнем углу и не позволит заполнять эту полость. Значит, синюю стенку надо укоротить. Общий объем жидкости, вмещающейся в коробочку при таком расположении равен 60 мл, то есть полость объемом 40 мл не должна быть заполнена, и она явно расположена в левом верхнем углу коробочки. Кроме того, начиная с уровня 50 мм должно заполняться только по 2 клеточки в ряд, что соответствует объему в 10 мл. Тогда нужно перенести синюю перегородку левее и укоротить ее.

Получим окончательный вариант расположения перегородок, не противоречащий исходным данным.



№	**Задача 2.10.4. Критерии оценивания (10 баллов)**	**Баллы**
1.	Учет объема жидкости, находящегося в трубке	2
2.	Соответствие предложенного расположения перегородок условиям при расположении коробочки «стрелка вверх»	
2.1.	Имеется полость объемом 9 мл, заполняемая в первую очередь при заливании через А.	1
2.2.	Имеется полость объемом 9 (12) мл с высотой перегородки 30 мм, заполняемая в первую очередь при заливании через Б.	2
2.3.	Объем жидкости, вмещающийся в коробочку, равен 85 (95) мл.	1
3.	Соответствие предложенного расположения перегородок условиям при расположении коробочки «стрелка вправо»	
3.1.	Имеется полость объемом 10 мл, заполняемая в первую очередь при заливании через А.	1
3.2.	При заполнении через В первых 30 (33) мл заполняется вся ширина коробочки	1
3.3.	При заполнении через В 50 (55) мл оказывается полностью заполнена нижняя половина коробочки.	2
3.4.	Объем жидкости, вмещающийся в коробочку, равен 60 (70) мл.	2
4.	Все перегородки расположены только на пунктирных линиях и начинаются/заканчиваются только в точках их пересечения и на стенках коробочки.	1
5.	Получен ответ, соответствующий всем условиям.	2

Задача 2.11.1. Разгон при отключённом источнике (12 баллов). Две одинаковые проводящие оболочки в форме цилиндров с малыми отверстиями на общей оси образуют конденсатор ёмкостью C. В центре левой оболочки удерживают шарик с зарядом q. Суммарный заряд всей системы, включая заряд шарика, равен нулю. Конденсатор заряжают, подключив к источнику с напряжением U, затем отключают от источника и отпускают шарик. Шарик начинает двигаться вдоль оси и, пролетев через отверстия, попадает внутрь правой оболочки.

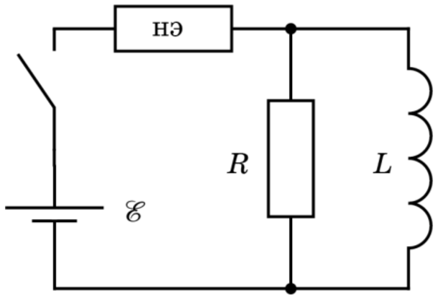


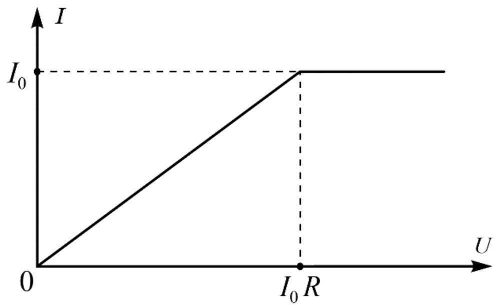
Какую кинетическую энергию будет иметь шарик в центре правой оболочки?

При каком заряде шарика эта энергия максимальна и чему она равна?

Выделением тепла из-за тока в оболочках можно пренебречь. Поле тяжести не учитывайте.

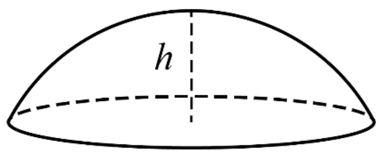
Задача 2.11.2. Нелинейная цепь (12 баллов). Электрическая цепь состоит из идеального источника с ЭДС $\mathcal{E} = 20$ В, резистора с сопротивлением $R = 5$ Ом, катушки с индуктивностью $L = 20$ мГн и нулевым сопротивлением и нелинейного элемента, вольтамперная характеристика которого представлена на рисунке ($I_0 = 3$ А). Изначально ключ разомкнут, тока в цепи нет. Какое количество теплоты выделится на резисторе через большой промежуток времени после замыкания ключа?





Задача 2.11.3. Вспышка в кубе (12 баллов). В кубе из вещества с показателем преломления $n = 2$ точечный источник испустил кратковременную вспышку, свет от которой расходится однородно во всех направлениях. Свет веществом куба не поглощается. Какие значения может принимать доля η энергии вспышки, вышедшей наружу, в зависимости от положения источника внутри куба? Укажите, при каких положениях источника эта доля минимальна, при каких максимальна и чему она равна?
При падении света на границу раздела часть его энергии, зависящая от угла падения, отражается, а часть проходит через границу раздела.

Примечание: при решении Вам может понадобиться формула площади поверхности сферического сегмента (см. рисунок): $S = 2\pi Rh$, где R – радиус сферы, h – высота сегмента.



24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Задача 2.11.4. Определение удельной теплоты испарения жидкого азота (14 баллов).

Цель эксперимента – определение удельной теплоты испарения жидкого азота при атмосферном давлении.

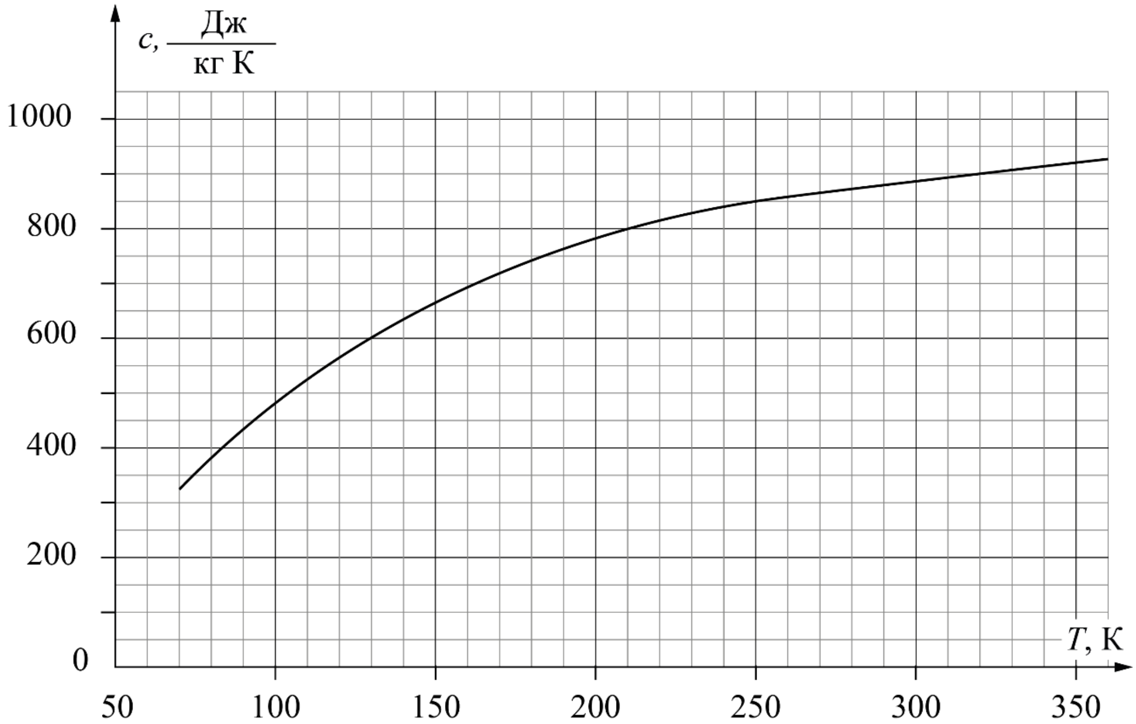
Масса цилиндра $m_{Al} = 69$ г, начальная масса контейнера с азотом $M = 250$ г, температура помещения 23°C. Температура кипения жидкого азота – минус 196°C.

Описание эксперимента. Жидкий азот, налитый в пенопластовый контейнер, из-за теплообмена с окружающей средой испаряется, и его масса уменьшается. При погружении в жидкий азот алюминиевого цилиндра, имевшего температуру помещения, азот начинает активно кипеть и интенсивность его испарения увеличивается. Масса M контейнера с жидким азотом фиксируется с помощью электронных весов. Показания весов в зависимости от времени приведены в таблице.

t, мин : с	0:00	0:49	1:32	2:05	2:41	3:22	4:06	4:50	5:23	5:52	6:07	6:30
M, г	250	246	242	238	234	230	226	222	218	274	264	254

t, мин : с	6:54	7:25	7:48	8:20	8:49	9:33	10:15	10:55	11:37	12:20	13:05
M, г	244	232	229	224	219	215	211	207	203	199	195

Примечание. Удельная теплоемкость алюминия зависит от температуры. График этой зависимости представлен на рисунке.



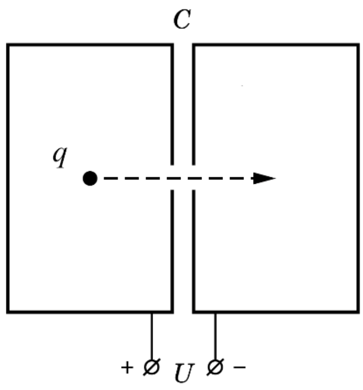
24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Задание. Используя результаты измерения зависимости массы азота от времени и график зависимости удельной теплоемкости алюминия от температуры, определите удельную теплоту испарения азота λ.

Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения λ оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

***24 января** на портале http://abitu.net/vseros **будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура**. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
***26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура**. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Задача 2.11.1. Разгон при отключённом источнике (12 баллов). Две одинаковые проводящие оболочки в форме цилиндров с малыми отверстиями на общей оси образуют конденсатор ёмкостью C. В центре левой оболочки удерживают шарик с зарядом q. Суммарный заряд всей системы, включая заряд шарика, равен нулю. Конденсатор заряжают, подключив к источнику с напряжением U, затем отключают от источника и отпускают шарик. Шарик начинает двигаться вдоль оси и, пролетев через отверстия, попадает внутрь правой оболочки.



Какую кинетическую энергию будет иметь шарик в центре правой оболочки?

При каком заряде шарика эта энергия максимальна и чему она равна?

Выделением тепла из-за тока в оболочках можно пренебречь. Поле тяжести не учитывайте.

Возможное решение. (И. Воробьев).

1. Вначале на внутренней поверхности левой полости имеется экранирующий заряд $-q$, что даёт нуль в сумме с зарядом шарика. На внутренней поверхности правой полости заряда нет.

2. После подключения источника, полный заряд системы остается равным нулю. Заряды на внешних поверхностях оболочек противоположные по знаку, а так как оболочки образуют конденсатор ёмкостью C, то эти заряды равны $Q_o = CU$ и $-Q_o$.

3. После перемещения шарика в центр правой оболочки к заряду $Q_o = CU$ левой оболочки добавится заряд $-q$ с её внутренней поверхности, а к заряду $-Q_o$ правой оболочки добавится заряд q из-за ухода заряда $-q$ на поверхность полости правой оболочки (для экранировки заряда шарика). Таким образом, заряды на внешних поверхностях станут равными Q и $-Q$, где $Q = CU - q$. Напряжение на конденсаторе при этом станет равным $V = U - q/C$.

4. Ввиду такого же, как в левом цилиндре, расположения заряда q справа, энергия его взаимодействия с «экранирующими» зарядами на внутренней поверхности цилиндра не изменится.

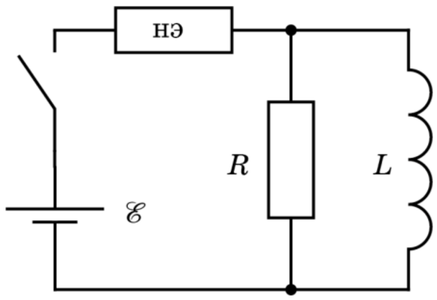
5. Изменяется только кинетическая энергия шарика и энергия конденсатора. Тогда при отсутствии потерь энергии $CU^2/2 = CV^2/2 + K$, где K - кинетическая энергия шарика в центре правой оболочки. $K = qU - q^2/2C$.

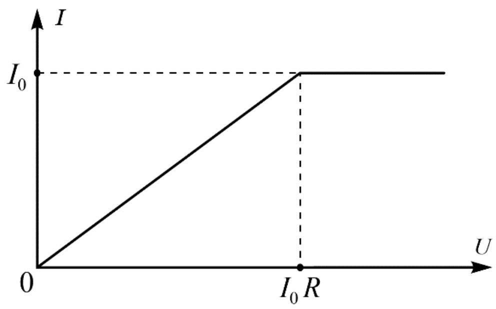
6. Наибольшая кинетическая энергия отвечает случаю $V = U - q/C = 0$, тогда $q = CU$, а $K = CU^2/2$.

Примечание: При q, много меньшем CU, $K \cong qU$. В общем случае нужно учесть наведённые заряды и связанное с этим изменение напряжения между электродами. Важно понять, что потенциальная энергия системы складывается из энергии взаимодействия заряда с «экранирующими» зарядами на внутренней поверхности цилиндра и энергии конденсатора.

№	**Задача 2.11.1. Критерий (12 баллов)**	**Баллы**
1	Указание на экранирующий заряд – q	1
2	Указано (либо используется в решении), что разность потенциалов между оболочками зависит только от зарядов на их внешних поверхностях	1
3	Противоположный знак зарядов на внешней поверхности оболочек и их связь с напряжением $Q_o = CU$ и – Q_o.	2
4	Правильно определены заряды оболочек после перемещения шарика	2
5	Определено напряжение на конденсаторе после перемещения шарика	1
6	Неизменность энергии взаимодействия шарика с экранирующим зарядом	1
7	Нахождение кинетической энергии	2
8	Найден заряд шарика q, при котором кинетическая энергия максимальна	1
9	Нахождение максимальной величины кинетической энергии	1

Задача 2.11.2. Нелинейная цепь (12 баллов). Электрическая цепь состоит из идеального источника с ЭДС $\mathcal{E} = 20$ В, резистора с сопротивлением $R = 5$ Ом, катушки с индуктивностью $L = 20$ мГн и нулевым сопротивлением и нелинейного элемента, вольтамперная характеристика которого представлена на рисунке ($I_0 = 3$ А). Изначально ключ разомкнут, тока в цепи нет. Какое количество теплоты выделится на резисторе через большой промежуток времени после замыкания ключа?





Возможное решение (А. Уймин). Для малого промежутка времени dt количество тепла dQ, выделяющегося на резисторе с сопротивлением R

$$dQ = U_R I_R dt = U_R dq. \qquad (1)$$

Здесь U_R и I_R – напряжение на резисторе и сила тока, протекающего через него, dq – заряд, прошедший через резистор.

Установим связь $U_R(q)$ в нашем случае. Будем использовать известное соотношение для параллельно соединенных резистора R и индуктивности L:

$$RI_R = L\frac{dI_L}{dt}; \quad RI_R dt = Rdq = LdI_L; \quad \frac{R}{L}q = I_L. \qquad (2)$$

Сразу после замыкания ключа, нелинейный элемент ведет себя как резистор сопротивлением R (режим «постоянного сопротивления»). Затем он переходит в режим «постоянного тока». Такой переход реализуется, так как в установившемся режиме напряжение на индуктивности и сила тока через резистор будут равны нулю, а напряжение, при котором нелинейный элемент переходит в режим «постоянного тока», меньше ЭДС источника ($I_0R = 15\text{ В} < \mathrm{E} = 20\text{ В}$). Определим связь $U_R(q)$ для этих режимов.

а) Режим «постоянного сопротивления». Для силы тока I через нелинейный элемент

$$I = I_L + I_R.$$

По второму правилу Кирхгофа

$$\mathrm{E} = IR + I_R R = 2I_R R + I_L R.$$

Подставляя I_L из (2), получим

$$\mathrm{E} = 2U_R + \frac{R^2}{L}q.$$

Отсюда для режима «постоянного сопротивления»

$$U_R = \frac{1}{2}\left(\mathrm{E} - \frac{R^2}{L}q\right). \qquad (3)$$

Нелинейный элемент остается в этом режиме до тех пор, пока выполняется условие

$$U_R \geq \mathrm{E} - I_0 R,$$

или, с учетом (3), пока величина прошедшего через резистор заряда

$$q < q_1 = \frac{L}{R}\left(2I_0 - \frac{\mathrm{E}}{R}\right).$$

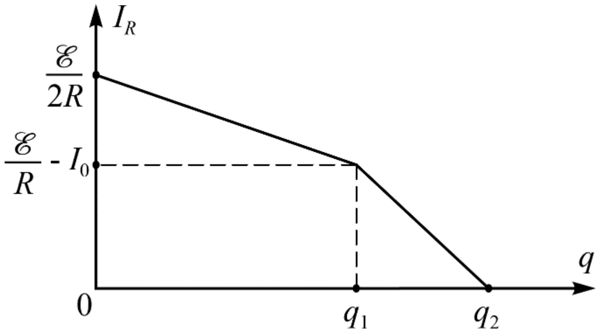
Согласно выражению (1) количество теплоты будет пропорционально площади под графиком $U_R(q)$ на участке $0 < q < q_1$. Поскольку зависимость (3) является линейной, получаем для количества теплоты Q_1 в этом режиме

$$Q_1 = \frac{\mathrm{E}/2 + \mathrm{E} - I_0 R}{2} q_1 = \left(\frac{3\mathrm{E}}{2R} - I_0\right)\frac{L}{2}\left(2I_0 - \frac{\mathrm{E}}{R}\right) = 0{,}06 \text{ Дж}.$$

б) Режим «постоянного тока».

$$I_R = I_0 - I_L = I_0 - \frac{R}{L}q;$$

$$U_R = RI_R = RI_0 - \frac{R^2}{L}q.$$



Этот режим реализуется до момента, пока U_R не станет равным нулю, т. е. пока q не станет равным $q_2 = \frac{LI_0}{R}$. Заряд, прошедший через резистор в этом режиме

$$q_2 - q_1 = \frac{I_0 L}{R} - \frac{L}{R}\left(2I_0 - \frac{\mathrm{E}}{R}\right) = \frac{L}{R}\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right).$$

Количество теплоты Q_2, выделившееся в этом режиме, с учетом того, что $U_R(q)$ изменяется линейно от $U_R = \mathrm{E} - RI_0$ до нуля

$$Q_2 = \frac{(q_2 - q_1)(\mathrm{E} - I_0 R)}{2} = \frac{\frac{L}{R}\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)(\mathrm{E} - I_0 R)}{2} = \frac{L\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)^2}{2} = 0{,}01 \text{ Дж}.$$

Общее количество теплоты, выделившееся на резисторе,

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{L\mathrm{E}I_0}{R} - \frac{LI_0^2}{2} - \frac{L\mathrm{E}^2}{4R^2} = 0{,}07 \text{ Дж}.$$

№	**Задача 2.11.2. Критерий (12 баллов)**	**Баллы**
1	Записано и использовано при решении выражение (1) для связи выделившегося тепла с величиной заряда	1
2	Получено выражение (2) для связи изменения силы тока через индуктивность с величиной заряда, прошедшего через резистор	1
3	Для режима “постоянного сопротивления” использовано уравнение второго правила Кирхгофа $\mathrm{E} = 2I_R R + I_L R$.	0,5
4	Получено выражение для связи напряжения на резисторе с прошедшим зарядом для режима “постоянного сопротивления” $U_R = \frac{1}{2}\left(\mathrm{E} - \frac{R^2}{L}q\right)$.	2
5	Получено условие для величины заряда, прошедшего через резистор, на момент перехода между режимами $q_1 = \frac{L}{R}\left(2I_0 - \frac{\mathrm{E}}{R}\right)$.	1,5
6	При интегрировании (графическом или аналитическом) получено выражение для Q_1	1,5
7	Получен верный численный ответ для Q_1	0,5
8	Получено выражение для связи напряжения на резисторе с прошедшим зарядом для режима “постоянного тока” $U_R = RI_R = RI_0 - \frac{R^2}{L}q$	1
9	Получено выражение для величины заряда, прошедшего через резистор за все время $q_2 = \frac{LI_0}{R}$	0,5
10	При использовании интегрирования (графического или аналитического) получено выражение для Q_2	2
11	Получен верный численный ответ для Q_2	0,5

Примечание. Возможно решение, при котором аналитическое выражение для Q_1 и Q_2 не получено, однако определены численные значения точек ”излома” на графике $U_R(q)$ и получен верный численный ответ. Такое решение должно оцениваться полным баллом.

Решение с использованием дифференциальных уравнений.

Пока сила тока, протекающего через нелинейный элемент, не достигла I_0, токи в цепи удовлетворяют уравнениям

$$\mathrm{E} = \left(I_R + I_L\right)R + I_R R; \quad I_R R = L\frac{dI_L}{dt}.$$

Исключим I_R:

$$\mathrm{E} = 2L\frac{dI_L}{dt} + RI_L.$$

Применим подстановку $I_L = \frac{\mathrm{E}}{R} - x$: $\qquad \frac{dx}{dt} = -\frac{R}{2L}x.$

Отсюда с учетом того, что $x(0) = \frac{\mathrm{E}}{R}$ получаем $x = \frac{\mathrm{E}}{R}\left(e^{-\frac{Rt}{2L}}\right)$;

$$I_L = \frac{\mathrm{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{2L}}\right); \quad I_R = \frac{\mathrm{E}}{2R}e^{-\frac{Rt}{2L}}.$$

Этот режим прекратится к моменту времени t_1, когда

$$I_R + I_L = I_0; \qquad e^{-\frac{R\,t_1}{2L}} = 2\left(1 - \frac{RI_0}{\mathrm{E}}\right).$$

К этому моменту времени сила ток, протекающего через катушку будет

$$I_{L1} = 2I_0 - \frac{\mathrm{E}}{R}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе,

$$P_R = \frac{\mathrm{E}^2}{4R}e^{-\frac{Rt}{L}}.$$

К моменту t_1 выделившаяся теплота составит

$$Q_1 = \int_0^{t_1} P_R dt = \frac{L\mathrm{E}^2}{4R^2}\left(1 - e^{-\frac{Rt_1}{L}}\right) = \frac{L\mathrm{E}^2}{4R^2} - L\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)^2.$$

После того, как сила тока, протекающего через нелинейный элемент, установится на значении I_0, токи в цепи можно описать уравнениями

$$I_R + I_L = I_0; \quad RI_R = L\frac{dI_L}{dt}.$$

Исключим I_R:

$$L\frac{dI_L}{dt} + RI_L = RI_0.$$

Применим подстановку $I_L = I_0 - y$:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{R}{L}y.$$

Отсюда с учетом $y(t_1) = I_0 - I_{L1} = \frac{\mathrm{E}}{R} - I_0$, получим: $y = \left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)e^{-\frac{R(t-t_1)}{L}}$;

$$I_R = \left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right) e^{-\frac{R(t-t_1)}{L}}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе, $P_R = R\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)^2 e^{-\frac{2R(t-t_1)}{L}}.$

Количество теплоты, выделившееся после истечения времени t_1:

$$Q_2 = \int_{t_1}^{\infty} P_R dt = \frac{L\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)^2}{2} = 0{,}01\,\text{Дж}.$$

Общее количество теплоты

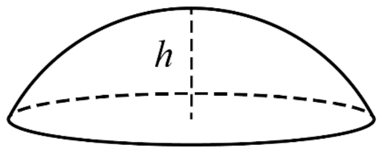
$$Q = \frac{L\mathrm{E}^2}{4R^2} - \frac{L}{2}\left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right)^2 - = 0{,}07\ \text{Дж}.$$

№	**Задача 2.11.2. Критерий (12 баллов)**	**Баллы**
1	При решении для режима “постоянного сопротивления” используется уравнение второго правила Кирхгофа: $\mathrm{E} = 2RI_R + RI_L$	0,5
2	Получено выражение для силы тока через резистор для режима “постоянного сопротивления” $I_R = \frac{\mathrm{E}}{2R} e^{-\frac{Rt}{2L}}$	2,5
3	Получено условие для силы тока на момент перехода между режимами $I_{L1} = 2I_0 - \frac{\mathrm{E}}{R}$ или $I_{L1} = I_{R1} = \frac{\mathrm{E}}{R} - I_0$.	1,5
4	Получено выражение для Q_1	3
5	Получен верный численный ответ для Q_1	0,5
6	Получено выражение для силы тока через резистор для режима “постоянного тока” $I_R = \left(\frac{\mathrm{E}}{R} - I_0\right) e^{-\frac{R(t-t_1)}{L}}$.	1,5
7	Получено выражение для Q_2	2
8	Получен верный численный ответ для Q_2	0,5

Задача 2.11.3. Вспышка в кубе (12 баллов). В кубе из вещества с показателем преломления $n = 2$ точечный источник испустил кратковременную вспышку, свет от которой расходится однородно во всех направлениях. Свет веществом куба не поглощается. Какие значения может принимать доля η энергии вспышки, вышедшей наружу, в зависимости от положения источника внутри куба? Укажите, при каких положениях источника эта доля минимальна, при каких максимальна и чему она равна?

При падении света на границу раздела часть его энергии, зависящая от угла падения, отражается, а часть проходит через границу раздела.

Примечание: при решении Вам может понадобиться формула площади поверхности сферического сегмента (см. рисунок): $S = 2\pi Rh$, где R – радиус сферы, h – высота сегмента.



Возможное решение (А. Аполонский).

1. Направим оси координат перпендикулярно граням куба. Пусть $\vec{c}=\left(c_x,c_y,c_z\right)$ вектор скорости некоторого луча света. При отражении от граней, перпендикулярных оси *OX*, у скорости отражённого луча меняет знак проекция на ось *OX*, а две остальные проекции остаются неизменными. Аналогично и при отражении от двух других пар граней.

2. Полное отражение происходит, когда угол между падающим на грань лучом и нормалью к грани превосходит угол φ_0, где $\sin\varphi_0=1/n=1/2$. Тогда свет через грань не проходит совсем. Если этот угол меньше $\varphi_0=30^\circ$, то происходит частичное отражение света, а ненулевая часть выходит из куба наружу.

3. Рассмотрим луч, падающий на перпендикулярную *OX* грань, при котором нет полного отражения, а часть света выходит наружу. Условие этому $\left|c_x\right|/c>\sqrt{3}/2$. При этом модули проекций на две остальные оси обязательно меньше *c*/2.

4. Если скорость луча удовлетворяет условию $\left|c_x\right|/c>\sqrt{3}/2$, но он попадает сначала на грани, перпендикулярные *OY* и *OZ*, то для соответствующих проекций имеем $\left|c_y\right|/c<1/2$ и $\left|c_z\right|/c<1/2$, т.е. на этих гранях происходит полные отражения, в результате которых свет попадёт на грани, перпендикулярные *OX*.

5. Итак, при выполнении условия $\left|c_x\right|/c>\sqrt{3}/2$ какими бы отражения не были свет будет выходить только через перпендикулярные *OX* грани и в конечном счёте (поскольку поглощение отсутствует) весь такой свет покинет куб независимо от того, где находится источник. Аналогично и для других двух пар граней.

6. Итак, куб покинет свет, выходящий из точечного источника в шесть конусов, оси которых перпендикулярны граням куба, а угол раствора конуса составляет 60º. Остальной свет будет испытывать только полное отражение, и никогда куб не покинет.

7. Искомая доля вышедшего света равна отношению суммарного телесного угла этих шести конусов к полному телесному углу 4π. Из указанной в условии формулы телесный угол при вершине одного такого конуса

$$\Omega=\frac{2\pi Rh}{R^2}=\frac{2\pi R\cdot R\left(1-\cos\varphi_0\right)}{R^2}=2\pi\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Таких конусов шесть, поэтому доля энергии света, покидающего куб при **любых** положениях источника внутри куба одинакова и равна

$$\eta=\frac{6\Omega}{\Omega_{\text{полн}}}=\frac{12\pi}{4\pi}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=3\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)\approx 0,4=40\%.$$

№	**Задача 2.11.3. Критерий (12 баллов)**	**Баллы**
1	Утверждение о сохранении модуля проекции луча света на оси параллельные (перпендикулярные) ребрам куба или эквивалентный им анализ связи углов падения	1
2	Указано, что при значении углах падения на грань, превосходящих $\varphi_0 = \arcsin(1/n) = 30^\circ$, свет полностью отражается	1
3	Показано, что свет, испытывающий частичное отражение на одной из граней куба, в дальнейшем полностью отражается от перпендикулярных ей граней	2
4	Указано, что свет, испытывающий частичное отражение на одной из граней куба, после отражения от перпендикулярной ей грани вновь испытывает частичное отражение на параллельной ей грани	1
5	Обоснованный (на основании п.4 и отсутствия поглощения) вывод о полном выходе из куба света, частично отражающегося от двух параллельных граней, в результате многократных отражений	1
6	Вывод о независимости η от положения источника	2
7	Утверждение, что наружу из куба выходит свет, распространяющийся внутри шести конусов с углом раствора равным 60°	2
8	Определена величина телесного угла для таких конусов	1
9	Окончательный верный ответ для η	1

Задача 2.11.4. Определение удельной теплоты испарения жидкого азота (14 баллов).

Цель эксперимента – определение удельной теплоты испарения жидкого азота при атмосферном давлении.

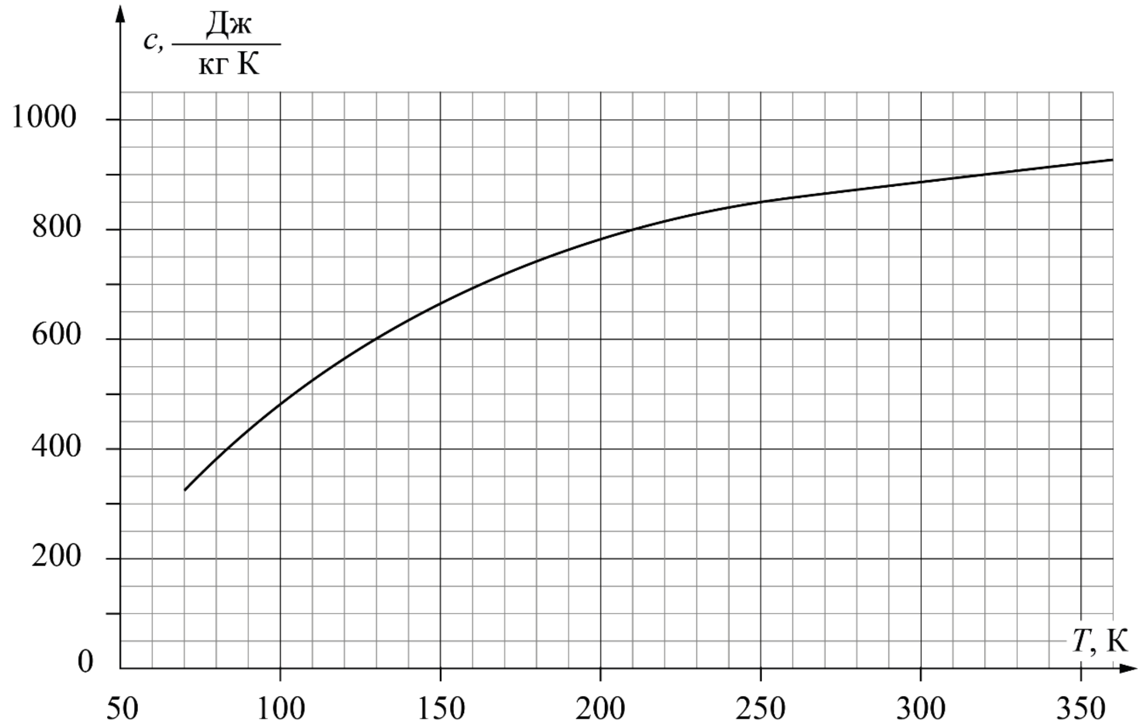
Масса цилиндра $m_{Al} = 69$ г, начальная масса контейнера с азотом M = 250 г, температура помещения $+23\,°C$. Температура кипения жидкого азота – минус $196\,°C$.

Описание эксперимента. Жидкий азот, налитый в пенопластовый контейнер, из-за теплообмена с окружающей средой испаряется, и его масса уменьшается. При погружении в жидкий азот алюминиевого цилиндра, имевшего температуру помещения, азот начинает активно кипеть и интенсивность его испарения увеличивается. Масса M контейнера с жидким азотом фиксируется с помощью электронных весов. Показания весов в зависимости от времени приведены в таблице.

t, мин : с	0:00	0:49	1:32	2:05	2:41	3:22	4:06	4:50	5:23	5:52	6:07	6:30
M, г	250	246	242	238	234	230	226	222	218	274	264	254

t, мин : с	6:54	7:25	7:48	8:20	8:49	9:33	10:15	10:55	11:37	12:20	13:05
M, г	244	232	229	224	219	215	211	207	203	199	195

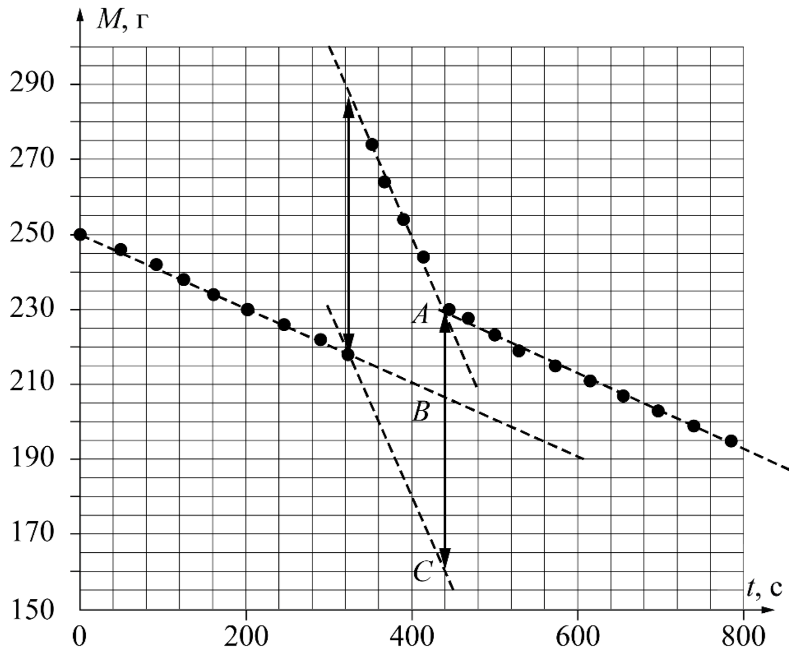
Примечание. Удельная теплоемкость алюминия зависит от температуры. График этой зависимости представлен на рисунке.



Задание. Используя результаты измерения зависимости массы азота от времени и график зависимости удельной теплоемкости алюминия от температуры, определите удельную теплоту испарения азота λ.

Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения λ оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

Возможное решение (А. Аполонский). Способ 1. График зависимости массы M контейнера с жидким азотом от времени t представлен на рисунке. При определении массы испарившегося азота учитывалось изменение показаний весов при погружении в него цилиндра. Видно, что на начальном участке (до момента времени $t_1 \approx 320\,\text{с}$) скорость испарения определялась теплообменом с окружающей средой. С момента t_1 до момента времени $t_2 \approx 440\,\text{с}$ испарение определялось теплообменом с цилиндром и окружающей средой (бурное кипение). Начиная с момента времени t_2 вновь пошёл только теплообмен с окружающей средой (цилиндр охладился до температуры кипения азота).



Далее возможны несколько способов определения массы азота испарившегося в результате охлаждения цилиндра. Один из вариантов следует из графических построений. Скачок массы на 69 г в момент t = 320 с обусловлен погружением цилиндра в жидкий азот. Отрезок AC – также соответствует массе цилиндра. Отрезок BC соответствует массе азота ($m_N \approx 48\,\text{г.}$), испарившегося из-за теплообмена с цилиндром.

Теплота Q, которую отдал алюминиевый цилиндр при охлаждении с учетом зависимости его теплоемкости от температуры, пропорциональна площади под графиком $c_{Al}\left(T\right)$ в интервале температур от $-196\,°C$ до $+23\,°C$.

Численное значение Q можно подсчитать по клеткам на графике. Получается

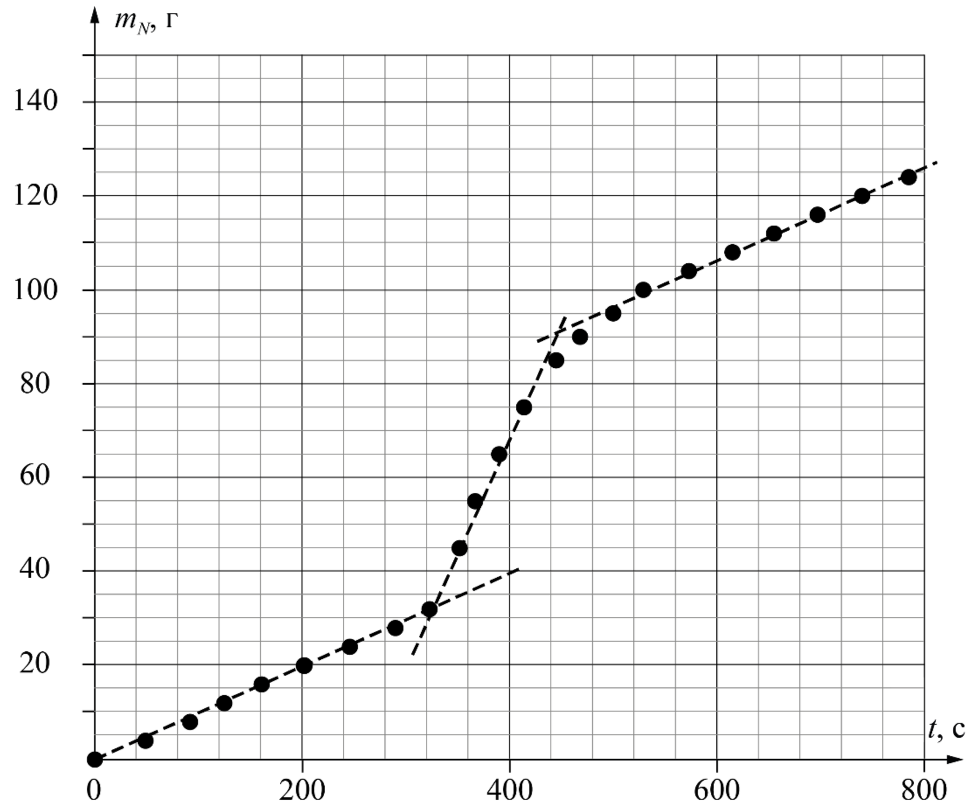
$$Q = m_{Al}\Sigma c_i \Delta T_i \approx 69\,\text{г}\cdot 155\,\frac{\text{кДж}}{\text{г}}=10{,}7\,\text{кДж}.$$

Значение удельной теплоты парообразования азота найдем из уравнения теплового баланса $Q = \lambda m_N$. Отсюда

$$\lambda = \frac{Q}{m_N} = \frac{10{,}7}{48\cdot 10^{-3}}\left(\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}\right) = 223\left(\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}\right).$$

№	**Задача 2.11.4. Критерии оценивания (14 баллов)**	**Баллы**
1	Построен график зависимости массы азота (или массы испарившегося азота) от времени. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д.	3
	Подписаны оси и указаны единицы измерения 0,5 балла	
	Выбран разумный масштаб координатных осей 0,5 балла	
	Нанесены все экспериментальные точки 0,5 балла	
	Через экспериментальные точки проведены соответствующие линии 1,5 балла	
2	Записано уравнения теплового баланса, получена формула $\lambda = \frac{Q}{m_N^{Al}}$.	2
3	Учтено изменение показаний весов, связанное с погружением цилиндра (1 балл) и теплообмена азота с окружающей средой (1 балл)	2
4	Определена масса азота, выкипевшая из-за теплообмена с цилиндром $m_N \in (46 \div 50)$ г	3
	$m_N \in (44 \div 46)$ г или $m_N \in (50 \div 52)$ г (2 балла)	
	$m_N \in (42 \div 44)$ г или $m_N \in (52 \div 54)$ г (1 балл)	
	$m_N \in (38 \div 42)$ г или $m_N \in (54 \div 58)$ г (0,5 балла)	
5	Определено количество теплоты, отданное при охлаждении цилиндра $Q \in (10{,}5 \div 10{,}9)$ кДж	3
	Если $Q \in (10{,}3 \div 10{,}5)$ кДж или $Q \in (10{,}9 \div 11{,}1)$ кДж (2 балла)	
	Если $Q \in (10{,}1 \div 10{,}3)$ кДж или $Q \in (11{,}1 \div 11{,}3)$ кДж (1 балл)	
	Если $Q \in (9{,}7 \div 10{,}1)$ кДж или $Q \in (11{,}3 \div 11{,}7)$ кДж (0,5 балла)	
6	Получен ответ для $\lambda \in (200 \div 245)$ кДж/кг	1

Способ 2. График зависимости массы испарившегося азота $m_N(t)$ от времени t представлен на рисунке. При определении массы испарившегося азота учитывалось изменение показаний весов при погружении цилиндра.



Видно, что на начальном участке до момента времени $t_1 \approx 323$ с скорость испарения азота определяется теплообменом с окружающей средой, с момента t_1 до момента времени $t_2 \approx 529$ с – теплообменом с цилиндром и окружающей средой (бурное кипение). Начиная с момента t_2 остаётся только теплообмен с окружающей средой (цилиндр охладился до температуры кипения азота).

При использовании графической обработки или метода наименьших квадратов, определяем скорости испарения азота k_1 - до погружения цилиндра и k_2 - после завершения бурного кипения, которое соответствует установлению температуры цилиндра, равной температуре кипения. Скорость испарения азота перед погружением цилиндра составляет $k_1 \approx 0{,}099$ г/с. Скорость испарения после завершения бурного кипения $k_2 \approx 0{,}094$ г/с. Таким образом, скорость испарения до и после погружения цилиндра немного отличаются. Поэтому скорость испарения азота во время бурного кипения из-за теплообмена с окружающей средой оценим, как среднее значение k_1 и k_2

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2} \approx 0{,}0965\ \frac{\text{г}}{\text{с}}.$$

Масса азота, испарившегося из-за теплообмена с алюминиевым цилиндром равна

$$m_N^{Al} = \left(m_N(t_2) - m_N(t_1)\right) - k(t_2 - t_1) \approx 48{,}1 \text{ г}.$$

Количество теплоты, которое отдает алюминиевый цилиндр при охлаждении с учетом зависимости его теплоемкости от температуры, определяется интегралом

$$Q = m\int_{T_N}^{T_0} c_{Al}(T)dT$$

Значение интеграла, пропорционально площади под графиком $c_{Al}(T)$ и равно приблизительно $155\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Количество теплоты, отданное алюминием, $Q = 69 \cdot 155 = 10{,}7$ кДж.

Значение удельной теплоты парообразования азота найдем из уравнения теплового баланса

$$\lambda = \frac{Q}{m_N} = \frac{10{,}7}{48\cdot 10^{-3}}\left(\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}\right) = 223\left(\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}\right)$$

№	**Задача 2.11.4. Критерии оценивания (14 баллов)**	**Баллы**
1	Построен график зависимости массы азота (или массы испарившегося азота) от времени. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д.	3
	Подписаны оси и указаны единицы измерения 0,5 балла	
	Выбран разумный масштаб координатных осей 0,5 балла	
	Нанесены все экспериментальные точки 0,5 балла	
	Через экспериментальные точки проведены соответствующие линии 1,5 балла	
2	Записано уравнения теплового баланса, получена формула $\lambda = Q/m_N$	2
3	Учтено изменение показаний весов, связанное с погружением цилиндра в азот (1 балл) и теплообмена азота с окружающей средой (1 балл)	2
	Если скорость испарения определена по данным таблицы без использования графика, за весь пункт оценка не должна превосходит 0,5 балла	
4	Определена масса азота, выкипевшая из-за теплообмена с цилиндром $m_N \in (46 \div 50)$ г	3
	$m_N \in (44 \div 46)$ г или $m_N \in (50 \div 52)$ г (2 балла)	
	$m_N \in (42 \div 44)$ г или $m_N \in (52 \div 54)$ г (1 балл)	
	$m_N \in (38 \div 42)$ г или $m_N \in (54 \div 58)$ г (0,5 балла)	
5	Определено количество теплоты, отданное при охлаждении цилиндра $Q \in (10{,}5 \div 10{,}9)$ кДж	3
	Если $Q \in (10{,}3 \div 10{,}5)$ кДж или $Q \in (10{,}9 \div 11{,}1)$ кДж (2 балла)	
	Если $Q \in (10{,}1 \div 10{,}3)$ кДж или $Q \in (11{,}1 \div 11{,}3)$ кДж (1 балл)	
	Если $Q \in (9{,}7 \div 10{,}1)$ кДж или $Q \in (11{,}3 \div 11{,}7)$ кДж (0,5 балла)	
6	Получен ответ для $\lambda \in (200 \div 245)$ кДж/кг	1