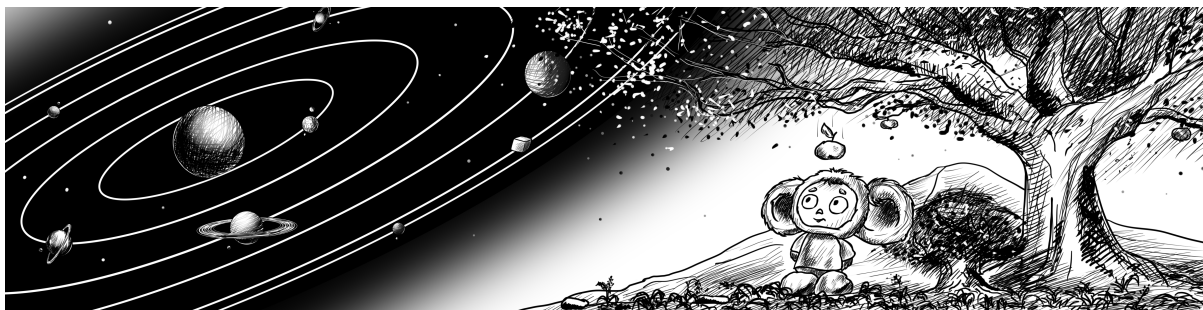




Данная подборка задач является **примером** того, что будет разбираться на смене.

Здесь приведены 1–2 задачи из каждого семинара для того, чтобы вы смогли оценить уровень смены и темы, которые обсуждаются на ней. На самих семинарах будет разобрано гораздо больше задач.

С программой смены можно ознакомиться по [ссылке](#).

Семинар 1. Кинематика материальной точки I

1. Петербургское ускорение. Жук Вальдемар движется с постоянной по модулю скоростью v по поверхности стоящего неподвижно небольшого школьного глобуса радиусом R . Вальдемар начинает движение на экваторе. По отношению к разметке глобуса его скорость всё время направлена на северо-восток. Глобус не вращается.

- (a) Через какое время жук окажется на широте, равной θ ?
- (b) На какой угол φ поворачивается линия, соединяющая Вальдемара с линией полюсов, когда таракан достигает широты θ ?
- (c) Каково по модулю ускорение a жука в тот момент, когда он наступает на кружочек, соответствующий положению Санкт-Петербурга ($\theta = 60^\circ$ северной широты)?
- (d) Найдите уравнение траектории жука и ее длину, когда он достигнет полюса.
- (e) Сколько оборотов сделал жук на своем пути к полюсу?
- (f) Сколько времени у него заняло движение от начальной точки до полюса?

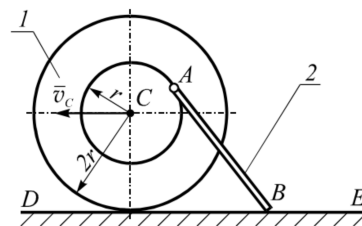
Семинар 2. Кинематика материальной точки II

2. Заяц, лиса и тень. На закате заяц заметил лису в поле и стал убежать от неё с постоянной скоростью v , а лиса была подслеповатая и стала догонять не зайца, а конец его тени с той же скоростью v . Вначале лиса, заяц и конец его тени образуют равносторонний треугольник со стороной L . Считайте, что время движения недостаточно для того, чтобы Солнце опустилось и удлинило тень. Считайца зайца и лису материальными точками.

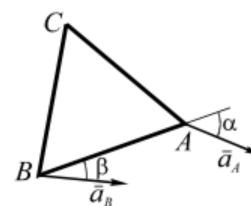
- (a) Найдите уравнение траектории лисы в системе отсчёта зайца. Чему равно установившееся расстояние между ними?
- (b) В некоторый момент лиса, заяц и конец его тени образуют прямоугольный треугольник. Чему равно ускорение лисы в этот момент?

Семинар 3. Кинематика твёрдого тела

3. Ступенчатое колесо и стержень. Ступенчатое колесо 1, имеющее радиусы r и $2r$, катится по направляющей DE без проскальзывания, так что его центр движется с постоянной скоростью v_C . В точке A к колесу шарнирно прикреплён стержень 2 длины $3r$, конец B которого скользит вдоль DE . Найдите угловую скорость стержня 2 в момент, когда точка A окажется в верхнем положении.

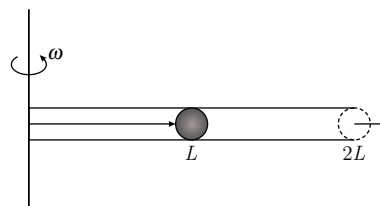


4. Ускорение вершин треугольника. Равносторонний треугольник ABC движется в своей плоскости. Точки A и B имеют одинаковые по величине ускорения. Их векторы составляют углы α и β с направлением прямой AB (α и β неизвестны) и $\alpha - \beta = \varphi$. Найдите отношение ускорений точек C и A .

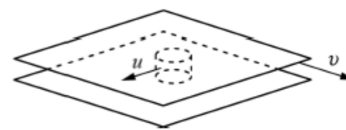


Семинар 4. Динамика материальной точки

5. «Направляющая» трубка принудительно вращается с постоянной угловой скоростью в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через один из её концов (см. рис.). Внутри трубки, на расстоянии, равном $L/2$ от оси вращения, находится шарик. В некоторый момент нить, удерживающая шарик, обрывается, и шарик начинает движение по трубке. Через время t он вылетает из неё. Как изменится время вылета шарика, если длину трубки L увеличить в 2 раза и шарик опять же поместить в её середину?

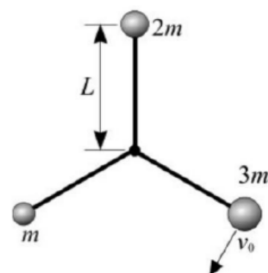


6. Зажали со всех сторон. Между двумя параллельными плоскостями зажата шайба так, что её весом можно пренебречь по сравнению с силами нормальных реакций со стороны плоскостей. Коэффициенты трения между шайбой и плоскостями одинаковы. Верхняя плоскость движется с постоянной скоростью v , а нижняя покоится. Шайбе сообщают скорость u , перпендикулярную v . В некоторый момент времени угол между вектором скорости шайбы и вектором скорости верхней плоскости равен φ . Найдите модуль скорости шайбы.

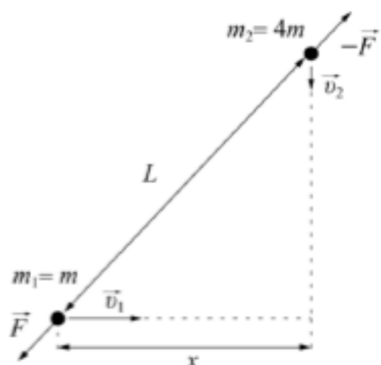


Семинар 5. Момент импульса материальной точки. Движение в центральном поле сил

7. Три шарика. Три шарика массами m , $2m$ и $3m$ закреплены на невесомых стержнях. Стержни имеют одинаковую длину L и шарнирно соединены друг с другом. Изначально углы между стержнями равны 120° , а система была неподвижна. Стержни лежат в одной плоскости. Точке массой $3m$ мгновенно сообщили скорость v_0 , перпендикулярно стержню и лежащую в плоскости стержней. Силы тяжести нет. Найдите ускорение шариков.

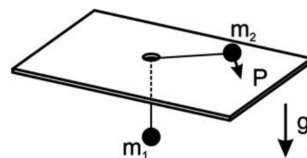


8. Разлетающиеся зонды. Два автономных зонда движутся навстречу друг другу с выключенными двигателями в глубоком космосе вдали от других тел курсами, пересекающимися под прямым углом. Масса первого зонда равна $m_1 = m$, а его скорость $v_1 = v$. Масса второго зонда $m_2 = 4m$, а скорость $v_2 = v/3$. В момент времени, когда расстояние между зондами становится равным L , а расстояние от первого зонда до точки пересечения траекторий — x , на обоих зондах включаются двигатели с постоянной по модулю силой тяги F , при этом вектор силы тяги в любой момент времени направлен противоположно направлению на другой зонд. Рисунок приведён для момента включения двигателей. Двигатели выключаются, когда расстояние между зондами становится равным $2L$. Размеры зондов малы по сравнению с L , а их гравитационным взаимодействием можно пренебречь.



- При каком значении $x = x_{\text{кр}}$ произошло бы столкновение зондов, если бы двигатели на них не включались?
- Найдите минимальное значение силы тяги F_{min} при котором зонды не столкнутся, если $x = x_{\text{кр}}$.
- Пусть величины сил тяги двигателей равны $F = F_{\text{min}} + dF$ ($dF \ll F_{\text{min}}$), а $x = x_{\text{кр}}$. Найдите **вектор** конечной скорости первого зонда в виде $\alpha \vec{v}_1 + \beta \vec{v}_2$.
- Пусть сила тяги двигателей равна F , а $x = x_1$ ($x_1 > x_{\text{кр}}$). Найдите модуль конечной скорости первого зонда относительно второго.

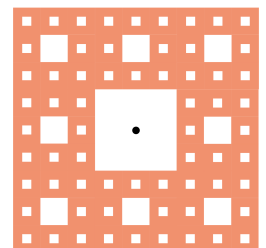
9. Через отверстие в гладком столе пропущена невесомая нить, к концам которой прикреплены массы m_1 и m_2 . Масса m_2 лежит на расстоянии r_0 от отверстия (см. рис.). Ей сообщают импульс P перпендикулярно нити. Найдите максимальное удлинение массы m_2 от отверстия.



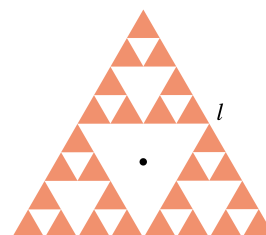
10. В поле неподвижного заряда Q рассеиваются частицы массы m и заряда q того же знака. Изначально частицы находятся на бесконечном удалении друг от друга, а вектор скорости рассеиваемой частицы равен $\vec{v}$ при любых значениях прицельного параметра. Найдите область пространства, недостижимую для рассеиваемой частицы.

Семинар 6. Момент инерции. Динамика твёрдого тела при наличии неподвижной оси

11. (а) Рассмотрим квадрат со стороной l . Удалим «центральный» квадрат площади в 9 раз меньше площади всего квадрата. Затем удалим «центральные» части из получившихся 8 квадратов (см. рис.). Затем сделаем такую операцию ещё раз и ещё раз, и так до бесконечности. Пусть конечная масса фигуры равна m . Определите момент инерции системы относительно оси проходящей через центр изначального квадрата и перпендикулярной плоскости рисунка.

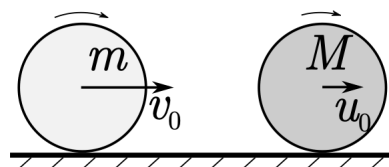


(б) Рассмотрим равносторонний треугольник со стороной l . Удалим «центральный» треугольник площади в 4 раза меньшей площади всего треугольника. Затем удалим «центральные» части из получившихся 3 треугольников (см. рис.). Затем сделаем такую операцию ещё раз и ещё раз, и так до бесконечности. Пусть конечная масса фигуры равна m . Определите момент инерции системы относительно оси проходящей через центр изначального треугольника и перпендикулярной плоскости рисунка.



Семинар 7. Движение тела в общем случае

12. Шар массой m катится без проскальзывания по горизонтальной шероховатой поверхности со скоростью $v_0 = 10$ см/с и догоняет шар массой M , катящийся со скоростью $u_0 = 2$ см/с в том же направлении. Радиусы шаров одинаковы. Удар центральный и упругий, трением между шарами можно пренебречь. При каком отношении масс $x = M/m$ шар m через некоторое время после удара окажется в состоянии покоя?



Семинар 8. Статика

13. Концы на одной высоте. Концы пружины с коэффициентом жёсткости k и массы t , собственная длина которой пренебрежимо мала, закреплены на одной высоте. В точке крепления касательная к пружине составляет угол 45° с вертикалью. Ускорение свободного падения g . Найдите расстояние d между концами пружины.

