



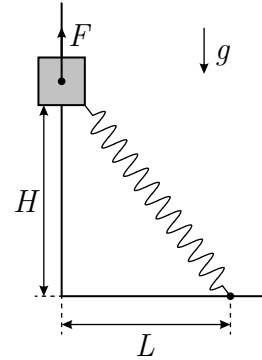
Все задачи оцениваются в одинаковое количество баллов.
Удачи!

Падающая сила

По гладкой вертикальной направляющей может скользить груз, соединённый с невесомой пружиной с коэффициентом жёсткости k , второй конец которой закреплён на горизонтальной поверхности на расстоянии L от направляющей.

Длина недеформированной пружины равна l_0 . Изначально груз удерживают в равновесии силой F так, что пружина не деформирована.

Силу F медленно уменьшают до нуля. При каких значениях массы груза m он может достичь горизонтальной поверхности?



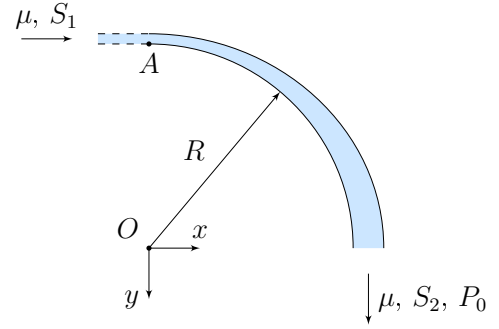
Глюк Плюс

Рассеяние тяжелой частицы на легкой. Экспериментатор Глюк Плюс проводил две серии экспериментов по упругому нерелятивистскому рассеянию тяжелой частицы массы M на покоящейся частице меньшей массы. В первом опыте экспериментатор расположил детектор, измеряющий энергию только тяжелых частиц так, чтобы исследовать центральное рассеяние. В результате он получил два значения энергии: E_{\min} и E_{\max} . Во втором опыте, он расположил детектор так, чтобы в него попадали только те тяжелые частицы, которые отклонились от первоначального направления на известный угол φ_0 . Какие значения энергии он мог получить во втором эксперименте? Во всех опытах скорость налетающей частицы была одинакова.

Рассеяние легкой частицы на тяжелой. В другом опыте экспериментатор Глюк Плюс исследовал неупругое нецентральное нерелятивистское рассеяние одного тела массы t на другом покоящемся теле массы $M > t$. Он получил, что максимальный угол, на который отклоняется легкая частица равен θ_{\max} . Найдите, на сколько изменилась суммарная внутренняя энергия тел. Скорость тела массы t до столкновения равна v_0 .

Трубка с жидкостью

На гладком горизонтальном столе расположена тонкая трубка, представляющая собой четверть окружности радиуса R с переменным поперечным сечением. Площади поперечного сечения концов 1 и 2 трубки равны S_1 и S_2 соответственно. Трубка может без трения вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через точку A . В конец 1 трубки поступает жидкость плотности ρ с постоянным массовым расходом μ . Давление в жидкости в конце 2 равно атмосферному давлению P_0 . Жидкость несжимаема, явлениями поверхностного натяжения можно пренебречь. Линейные размеры трубки много меньше радиуса R .

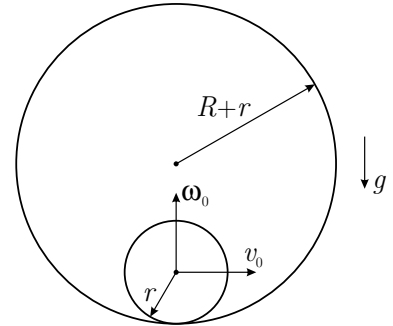


- Найдите давление в жидкости P_1 в конце 1 трубки.
- Найдите равнодействующую силу F_τ , действующую со стороны трубки на жидкость.
- Найдите минимально возможную внешнюю силу F_{\min} , которую необходимо прикладывать к трубке для того, чтобы она находилась в равновесии.

Шар в сфере

Внутри закреплённой неподвижной сферы радиуса $R+r$ находится однородный шар радиуса r . Изначально шар находится в нижнем положении.

Шар приводят в движение так, что его угловая скорость вращения (компонента угловой скорости, направленная вдоль вектора нормали к поверхности, которой касается движущееся тело) равна ω_0 и направлена вверх, а скорость центра шара равна v_0 . Проскальзывание между сферой и шаром отсутствует. При рассмотрении отдельных компонент вектора скорости центра шара, используйте углы сферической системы координат, т. е. представляйте вектор скорости центра шара в виде:



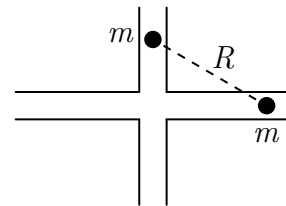
$$\vec{v}_c = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta + R\sin\theta\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi,$$

где θ — угол между вертикалью и линией, соединяющей центры сферы и шара, а φ — угол поворота вертикальной плоскости, содержащей центры сферы и шара. Считайте, что $v_0 \ll \sqrt{gR}$.

- Найдите зависимость модуля скорости центра шара от угла θ .
- Найдите максимальное значение угла θ_{\max} в процессе движения.
- Найдите время τ , через которое впервые достигается значение θ_{\max} .

Déjà vu

Небольшие частицы 1 и 2 с одинаковыми массами m движутся без трения по пересекающимся под прямым углом узким прямым каналам, расположенным в горизонтальной плоскости. В процессе всего движения частицы не могут покидать свой канал.



Часть 1. Всерос. Оказалось, что в процессе дальнейшего движения расстояние R между частицами остаётся неизменным.

(a) Найдите суммарную кинетическую энергию частиц.

Часть 2. Всерос+. Введём в точке пересечения каналов координатные оси x и y , направленные вправо и вниз соответственно. Изначально система покоится, координата частицы 1 $y_0 = -R$, а частица 2 находится в начале координат. Частице 2 сообщают неизвестную скорость v_0 вдоль оси x . Через некоторое время частица 1 достигает начала координат. С этого момента начинают измерять зависимость скорости частицы 2 (v_x) от координаты y частицы 1 (y), которая приведена на графике в условных единицах у.е 1 по оси скорости v_x и у.е 2 по оси координаты y . Определите:

(b) Начальную скорость v_0 частицы 2.

(c) величины условных единиц $y. e.1$ и $y. e.2$.

Все ответы должны быть выражены через Γ (гравитационная постоянная), m и R .

