

## 9 класс

**Задача 1. Два осколка.** Небольшую петарду подвесили на нити на высоте  $H$  над горизонтальной поверхностью. В результате взрыва она распалась на два осколка, которые полетели в противоположные стороны с одинаковыми начальными скоростями  $U_0$ , направленными вдоль одной прямой. Какое наибольшее расстояние  $L$  может оказаться между осколками после их падения? С места падения осколки не смещаются.

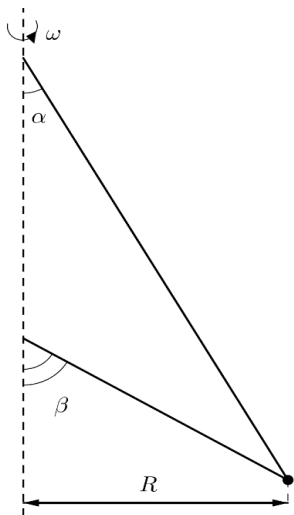


Рис. 1

**Задача 2. Шарик на нитях.** Небольшой шарик массой  $m$  движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса  $R = 25,0$  см вокруг вертикальной оси. Шарик удерживают две нити (рис. 1), составляющие с осью вращения углы  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 60^\circ$ . Найдите значения угловой скорости  $\omega$  при которых силы натяжения нитей отличаются в 2 раза. Ускорение свободного падения  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

**Задача 3. Два шарика на нитях.** Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом  $V = 10$  см<sup>3</sup> и плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup>. Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объема  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис. 2).

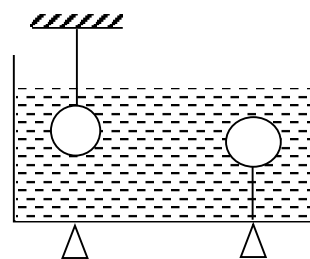


Рис. 2

Плотность жидкости в сосуде равна  $\rho_0 = 1\,200$  кг/м<sup>3</sup>. Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Задача 4. Архимед и температура.** Плоская льдинка плавает в сосуде с водой, имеющей температуру  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Минимальная масса груза, который необходимо положить на льдинку, чтобы она полностью погрузилась в воду, равна  $m_1 = 100$  г. Если эту льдинку охладить до температуры  $t_1$  и снова положить в тот же сосуд с водой, по-прежнему имеющий температуру  $t_0$ , то после установления теплового равновесия для полного погружения льдинки в воду на неё необходимо будет положить груз минимальной массы  $m_2 = 110$  г. Определите температуру  $t_1$ .

**Задача 5. Кольца Ауди.**  $N$  одинаковых колец соединены так, что между всеми точками их пересечения обеспечен электрический контакт (места контактов отмечены жирными точками). Центры всех колец лежат на одной прямой. Какое сопротивление  $R_\Sigma$  покажет омметр, подключенный к точкам  $A$  и  $B$  этой цепи, если при подключении к диаметрально противоположным точкам уединенного кольца он показывает сопротивление  $R_0$ ? Считать  $N > 3$ .

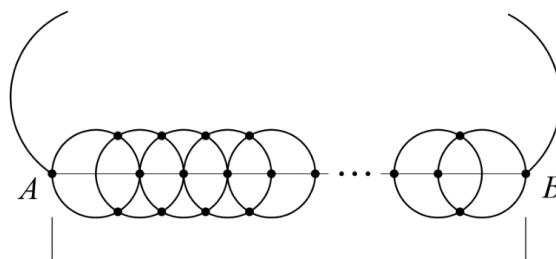


Рис. 3

$N$  колец

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

## 9 класс

**Задача 1. Два осколка.** Небольшую петарду подвесили на нити на высоте  $H$  над горизонтальной поверхностью. В результате взрыва она распалась на два осколка, которые полетели в противоположные стороны с одинаковыми начальными скоростями  $v_0$ , направленными вдоль одной прямой. Какое наибольшее расстояние  $L$  может оказаться между осколками после их падения? С места падения осколки не смещаются

**Возможное решение (1). (Слободянин В.).** Пусть первый осколок имел проекцию скорости на вертикальную ось  $v_{y,0}$ , а на горизонтальную ось  $v_{x,0} = \sqrt{v_0^2 - v_{y,0}^2}$  и летел до падения в течение времени  $t_1$ . Тогда второй осколок имел проекцию скорости на вертикальную ось  $-v_{y,0}$ , а на горизонтальную ось  $-v_{x,0} = -\sqrt{v_0^2 - v_{y,0}^2}$  и летел до падения в течение времени  $t_2$ .

Расстояние между упавшими осколками  $L = v_{x,0}(t_1 + t_2)$ .

Из кинематических соотношений (в проекции на вертикальную ось) получим два квадратных (относительно времени) уравнения:

$$1) H + v_{y,0}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 0; \quad 2) H - v_{y,0}t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0.$$

Их корни равны:  $3) t_1 = \frac{v_{y,0}}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}}$ ;  $4) t_2 = -\frac{v_{y,0}}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}}$ .

Отсюда

$$5) L = 2v_{x,0} \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}} = 2\sqrt{v_0^2 - v_{y,0}^2} \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}} = \frac{2}{g} \sqrt{v_0^2 - v_{y,0}^2} \sqrt{v_{y,0}^2 + 2gH}.$$

Возведём в квадрат это уравнение и приведём подобные:

$$6) v_{y,0}^4 + (2gH - v_0^2)v_{y,0}^2 + \left(\frac{gL}{2}\right)^2 - 2gHv_0^2 = 0.$$

Это биквадратное уравнение дискриминант которого

$$D = \left(gH - \frac{v_0^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{gL}{2}\right)^2 + 2gHv_0^2$$

равен нулю тогда, когда расстояние  $L$  достигнет максимума. Следовательно,

$$L_{\max} = 2H + \frac{v_0^2}{g}.$$

**Примечание.** В уравнении (5):  $L = \frac{2}{g} \sqrt{(V_0^2 - V_{0y}^2)(V_{0y}^2 + 2gH)}$  выражение под корнем – перевёрнутая парабола, которая принимает наибольшее значение строго посередине между корнями  $V_0^2$  и  $(-2gH)$ . При этом сомножители под радикалом равны. Отсюда

$$L = \frac{2}{g} 0,5 \cdot (V_0^2 + 2gH) = \frac{V_0^2}{g} + 2H. \quad (\text{случай А})$$

**Возможное решение (2).** 1) Из закона сохранения механической энергии следует, что на землю осколки упадут с одинаковой скоростью  $v_1$ :

$$m \frac{v_1^2}{2} = mgH + m \frac{v_0^2}{2}.$$

При этом сумма траекторий их полёта будет представлять траекторию полёта тела, брошенного с начальной скоростью  $v_1$ .

2) Дальность полёта тела, брошенного под углом  $45^0$  к горизонту максимальна и равна

$$L = \frac{v_1^2}{g}$$

(начальная и конечная точки траектории лежат на одной высоте).

Решая совместно полученные уравнения, найдём:

$$L_{\max} = 2H + \frac{v_0^2}{g}.$$

**Примечание:** Если  $v_0^2 = 2gH$ , то сразу после распада шара его осколки должны полететь горизонтально и  $L_{\max} = 4H$ .

Если  $v_0^2 < 2gH$  то осколки петарды полетят со скоростью  $v_0$  вдоль горизонтали. Их время

падения  $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ , а искомое расстояние

$$L_{\max} = 2v_0 t = 2v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}. \quad (\text{случай Б})$$

**Критерии оценивания**

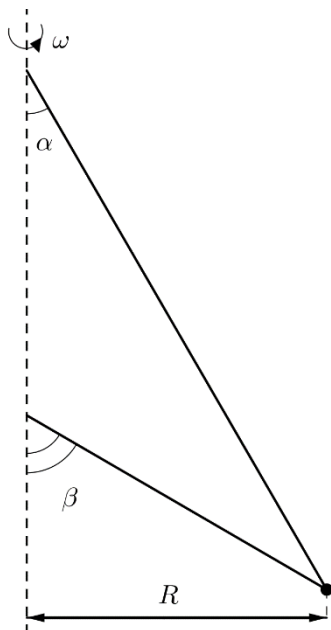
**Для решения (1)**

- |  |                |
|--|----------------|
| 1) Записано выражение для $v_{x,0}$ через $v_{y,0}^2$ обоих осколков                                   | <b>1 балл</b>  |
| 2) Дано выражение $L = v_{x,0}(t_1 + t_2)$ для расстояния между упавшими осколками                     | <b>1 балл</b>  |
| 3) Записаны уравнения (1) и (2) для нахождения времён  | <b>2 балла</b> |
| 4) Решены уравнения (1) и (2) относительно времён $t_1$ и $t_2$  | <b>2 балла</b> |
| 5) Получено уравнение (5)  | <b>2 балла</b> |
| 6) Найдена максимальная дальность разлёта осколков<br>(по 1 баллу за каждый из двух случаев (А) и (Б)) | <b>2 балла</b> |

**Для решения (2)**

- |   |                |
|---|----------------|
| 1) Отмечено, что на землю осколки упадут с одинаковой скоростью   | <b>2 балла</b> |
| 2) Отмечено, что сумма траекторий их полёта будет представлять траекторию полёта тела, брошенного с начальной скоростью $v_1$ . | <b>2 балла</b> |
| 3) Записан закон сохранения механической энергии  | <b>2 балла</b> |
| 4) $L_{\max}$ выражена через $v_1$  | <b>2 балла</b> |
| 5) Найдена максимальная дальность разлёта осколков<br>(по 1 баллу за каждый из двух случаев (А) и (Б))                          | <b>2 балла</b> |

**Задача 2. Шарик на нитях.** Небольшой шарик массой  $m$  движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса  $R = 25,0$  см вокруг вертикальной оси. Шарик удерживают две нити (рис. 1), составляющие с осью вращения углы  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 60^\circ$ . Найдите значения угловой скорости  $\omega$  при которых силы натяжения нитей отличаются в 2 раза. Ускорение свободного падения  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.



**Возможное решение (Варламов С.).**

А) Пусть верхняя нить натянута сильнее. Тогда:

$$\begin{aligned} 1) \quad & m\omega^2 R = 2T \sin \alpha + T \sin \beta; \\ 2) \quad & mg - 2T \cos \alpha - T \cos \beta = 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений получим:

Рис. 1

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{R} \frac{2 \sin \alpha + \sin \beta}{2 \cos \alpha + \cos \beta}} \approx 0,914 \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 5,7 \text{ с}^{-1}.$$

Б) Пусть теперь нижняя нить натянута сильнее. Тогда:

$$\begin{aligned} 1) \quad & m\omega^2 R = T \sin \alpha + 2T \sin \beta; \\ 2) \quad & mg - T \cos \alpha - 2T \cos \beta = 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений получим:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{R} \frac{\sin \alpha + 2 \sin \beta}{\cos \alpha + 2 \cos \beta}} \approx 1,09 \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 6,8 \text{ с}^{-1}.$$

**Критерии оценивания**

1) Записана система уравнений для случая (А) (по 1,5 балла)	<b>3 балла</b>
2) Решена система уравнений	<b>1 балл</b>
3) Получен численный ответ	<b>1 балл</b>
4) Записана система уравнений для случая (Б) (по 1,5 балла)	<b>3 балла</b>
5) Решена система уравнений	<b>1 балл</b>
6) Получен численный ответ	<b>1 балл</b>

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 3. Два шарика на нитях.** Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом  $V = 10 \text{ см}^3$  и плотностью  $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$ . Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объема  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис. 1). Плотность жидкости в сосуде равна  $\rho_0 = 1200 \text{ кг/м}^3$ . Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

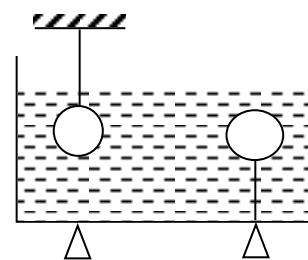


Рис. 1

**Возможное решение (Замятнин М.).** Расставим силы, действующие на сосуд:  $F$  – сила давления на дно, действующая со стороны воды,  $T$  – сила натяжения нити,  $N_1$  и  $N_2$  – силы реакций опор (рис. 2).

Запишем правило моментов относительно полюса  $A$ :

$$(N_2 + T)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно полюса  $B$ :

$$N_1 2l = Fl.$$

$F = \rho_0 g H S = \rho_0 g \left( \frac{m}{\rho_0} + 2V \right)$ , где  $H$  – уровень воды в сосуде,  $S$  – площадь дна сосуда,  $m$  – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шарика:  $T + \rho V g = \rho_0 V g$ .

$$N_1 = \frac{mg + 2\rho_0 V g}{2},$$

Решая систему, получим:

$$N_2 = \frac{mg + 2\rho V g}{2}.$$

$$N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho) V g = 70 \text{ мН}.$$

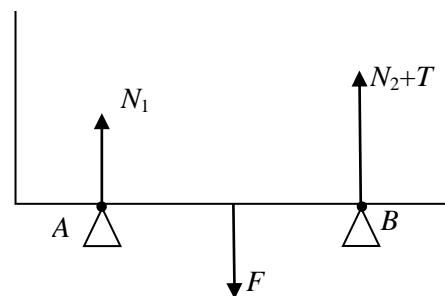


Рис. 2

### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Записано правило моментов относительно полюса (A) | 1 балл  |
| 2) Записано правило моментов относительно полюса (B) | 1 балл  |
| 3) Записано условие равновесия для правого шарика    | 1 балла |
| 4) Получено выражение для силы $F$                   | 2 балла |
| 5) Найдена реакция опоры $N_1$                       | 2 балла |
| 6) Найдена реакция опоры $N_2$                       | 2 балла |
| 7) Получен ответ                                     | 1 балл  |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

*Региональный этап всероссийской олимпиады школьников по физике. 17 января 2017 г.*

*18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>*

**Задача 4. Архимед и температура.** Плоская льдинка плавает в сосуде с водой, имеющей температуру  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Минимальная масса груза, который необходимо положить на льдинку, чтобы она полностью погрузилась в воду, равна  $m_1 = 100$  г. Если эту льдинку охладить до температуры  $t_1$  и снова положить в тот же сосуд с водой, по-прежнему имеющей температуру  $t_0$ , то после установления теплового равновесия для полного погружения льдинки в воду на неё необходимо будет положить груз минимальной массы  $m_2 = 110$  г. Определите температуру  $t_1$ ?

**Примечание:** удельная теплоемкость льда  $c = 2100$  кДж/(кг  $^\circ\text{C}$ ), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 340$  кДж/кг.

**Возможное решение. (Кармазин С.).** Пусть  $M_0$  – начальная масса льдинки, а  $M_1$  – масса льдинки после ее охлаждения и повторного погружения в жидкость. Охлажденная льдинка в сосуде с водой нагревается до  $t = 0^\circ\text{C}$  за счет теплоты, выделяющейся при намерзании на нее массы льда  $\Delta M = M_1 - M_0$ . Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$c_{\text{л}}M_0(0 - (-t_1)) = \lambda\Delta M. \quad (1)$$

Условие плавания льдинки в первом случае

$$M_0 + m_1 = \rho_{\text{в}}(M_0/\rho_{\text{л}}) \quad (3)$$

и во втором случае

$$M_1 + m_2 = \rho_{\text{в}}(M_1/\rho_{\text{л}}) \quad (4)$$

где  $\rho_{\text{в}}$  и  $\rho_{\text{л}}$  – плотности воды и льда соответственно.

Из (3) получаем  $M_0 = m_1/(\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}} - 1)$ . (5)

Вычтем (3) из (4):  $\Delta M = (m_2 - m_1)/(\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}} - 1)$ . (6)

Подставим (5) и (6) в (1):

$$t_1 = -\lambda(m_2 - m_1)/(c_{\text{л}} m_1) = -16,2^\circ\text{C}$$

#### Критерии оценивания

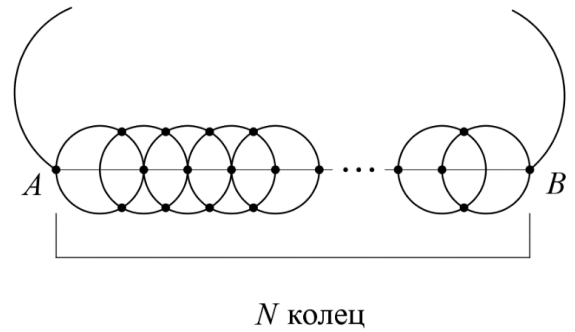
- |   |         |
|---|---------|
| 1) Записано уравнение теплового баланса                 | 3 балла |
| 2) Записаны условия плавания для 2 случаев (по 1 баллу) | 2 балла |
| 3) Определена масса $\Delta M$                          | 2 балла |
| 4) Получен ответ в общем виде                           | 2 балла |
| 5) Получен числовой ответ                               | 1 балл  |
- (при отсутствии знака « $\leftarrow$ » балл не ставить!)

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>



**Задача 5. Кольца Ауди.**  $N$  одинаковых колец соединены так, что между всеми точками их пересечения обеспечен электрический контакт (места контактов отмечены жирными точками). Центры всех колец лежат на одной прямой (рис. 3). Какое сопротивление  $R_{\Sigma}$  покажет омметр, подключенный к точкам  $A$  и  $B$  этой цепи, если при подключении к диаметрально противоположным точкам уединённого кольца он показывает сопротивление  $R_0$ ? Считать  $N > 3$ .



**Возможное решение (1)**

Если сопротивление одного кольца  $R_0$ , то сопротивление проводника, имеющего длину равную длине кольца, будет равно  $R = 4R_0$ . Тогда сопротивление проводника длиной равной трети и шестой части кольца будет равно  $R/3$  и  $R/6$  соответственно.

В силу симметрии схемы относительно оси, проходящей через узлы  $A$  и  $B$ , в цепи не будет токов, идущих из верхней половины цепи в нижнюю (и наоборот). Следовательно, все центральные узлы можно разъединить вдоль оси, проходящей через  $A$  и  $B$ . Тогда схема может быть сведена к набору последовательных и параллельных участков, состоящих из резисторов сопротивлениями  $R/3$  и  $R/6$ . Верхняя половина упрощенной схемы приведена на рис 4.

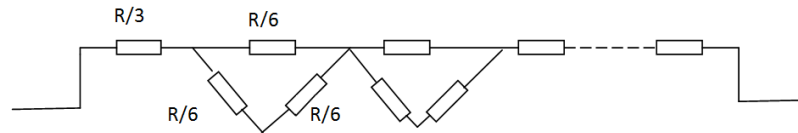


Рис. 4

Тогда сопротивление верхней/нижней части системы, состоящей из  $N$  колец, равно:

$$R_{\Sigma_{\text{верх}}} = \frac{R}{3} + (N - 2) \frac{\frac{R}{6} \frac{R}{3}}{\frac{R}{6} + \frac{R}{3}} + \frac{R}{3} = 4 \left( \frac{N + 4}{9} \right) R_0,$$

а эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R_{\Sigma} = \frac{R_{\Sigma_{\text{верх}}}}{2} = 2 \left( \frac{N + 4}{9} \right) R_0.$$

**Критерии оценивания**

- |  |                |
|--|----------------|
| 1) Выражены сопротивления участков кольца                | <b>2 балла</b> |
| 2) Обоснован разрыв центральных узлов                    | <b>2 балла</b> |
| 3) Приведена упрощенная эквивалентная схема              | <b>2 балла</b> |
| 4) Найдено сопротивление элементарного треугольника цепи | <b>2 балла</b> |
| 5) Найдено эквивалентное сопротивление всей цепи         | <b>2 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

### Возможное решение (2)

Если сопротивление одного кольца  $R_0$ , то сопротивление проводника, имеющего длину равную длине кольца, будет равно  $R = 4R_0$ . Тогда сопротивление проводника длиной равной трети и шестой части кольца будет равно  $R/3$  и  $R/6$  соответственно. Обозначим минимальный ток, текущий в ветвях за  $I$ , тогда в силу симметрии схемы относительно оси, проходящей через узлы  $A$  и  $B$ , и с учетом закона Ома, можно расставить токи, текущие в остальных ветвях схемы, как указано на рис. 5.

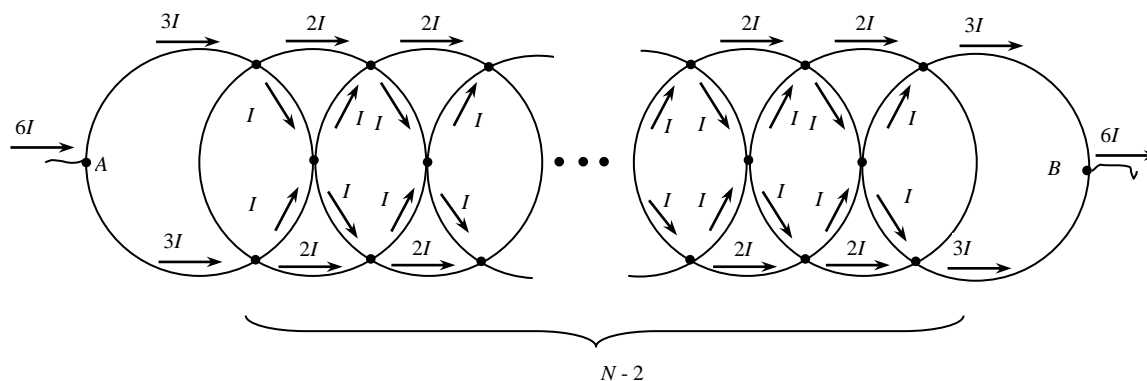


Рис. 5

Напряжение  $U$  между узлами  $A$  и  $B$  равно:  $U = 3I \frac{R}{3} + (N - 2)2I \frac{R}{6} + 3I \frac{R}{3} = IR \left( \frac{4 + N}{3} \right)$ ,

а эквивалентное сопротивление всей цепи равно:  $R_{\text{э}} = \frac{U}{6I} = 2 \left( \frac{4 + N}{9} \right) R_0$ .

### Критерии оценивания

- |    |   |                |
|----|---|----------------|
| 1) | Выражены сопротивления участков кольца                      | <b>2 балла</b> |
| 2) | Расставлены токи с учетом симметрии и закона Ома            | <b>4 балла</b> |
| 3) | Выражено общее напряжение через токи и сопротивления ветвей | <b>2 балла</b> |
| 4) | Найдено эквивалентное сопротивление                         | <b>2 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

### 10 класс

**Задача 1. Стакан-поплавок.** В цилиндрическом сосуде площадь дна которого  $S_2$  плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна  $S_1$  и высотой  $h = 24$  см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы  $F$  от перемещения стакана  $x$  вниз относительно дна сосуда (рис. 1). Оказалось, что силе  $F_1 = 1,0$  Н соответствуют два значения  $x$ :  $x_{1,1} = 1,5$  см и  $x_{1,2} = 7,5$  см, а силе  $F_2 = 2,0$  Н значения  $x$ :  $x_{2,1} = 3,0$  см и  $x_{2,2} = 7,0$  см. Полагая, что плотность воды

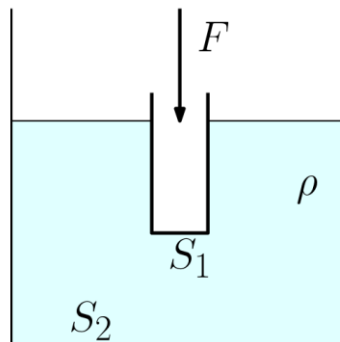


Рис. 1

$\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, вычислите:

а) массу стакана; б) площадь  $S_1$  дна стакана; в) площадь  $S_2$  дна сосуда.

Объемом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объемом воды, которой можно наполнить стакан.

**Задача 2. Вязкий валик.** Однородный цилиндр массой  $m$  и радиусом  $R$  касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  вверх (рис. 2). Между пластинами и поверхностью цилиндра существует вязкое трение. Сила этого трения пропорциональна относительной скорости соприкасающихся поверхностей ( $\vec{F}_{\text{тр}} = -\gamma \vec{v}_{\text{отн}}$ ).

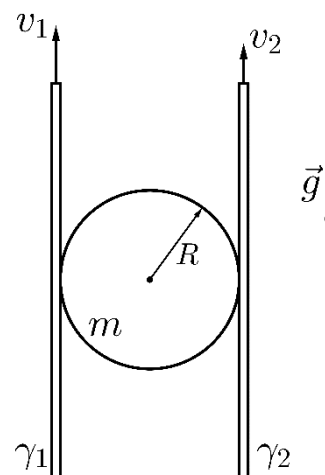


Рис. 2

Коэффициенты вязкого трения для первой и второй пластин равны  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  соответственно.

1. Найдите установившуюся угловую скорость  $\omega$  вращения цилиндра, а также скорость  $v$  его центра.

2. При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

**Задача 3. Два шарика на двух нитях.** Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом  $V = 10$  см<sup>3</sup> и плотностью  $\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup>. Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объема  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис. 3). Найдите модуль разности сил реакции опор.

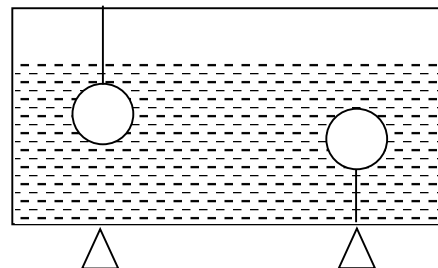


Рис. 3

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

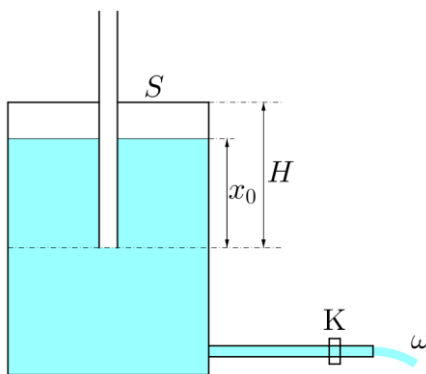


Рис. 4

**Задача 4. Сосуд Мариотта.** Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью дна  $S$ , в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис. 4). Нижний конец трубки расположен на расстоянии  $H$  от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. В начальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной трубки равна  $x_0$ , а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт.

В момент времени  $t = 0$  кран открывают, и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку. Расход вытекающей жидкости равен  $\omega$  (объем в единицу времени). Температура сосуда  $T$  и атмосферное давление  $p_0$  известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки.

1. Чему равна масса  $m_0$  воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?
2. Чему равна скорость  $\mu$  изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени?
3. С какой скоростью  $\beta$  изменяется  $\mu$  (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

**Задача 5. Зацепился!** На электродвигатель постоянного тока установили датчик температуры. На верхнем этаже стройки поставили лебедку, приводимую в движение этим двигателем. В начале рабочего дня лебедка стала поднимать груз массой  $M = 67,5$  кг. Не доехав всего один этаж до лебёдки, груз зацепился. На каком этаже это произошло? Зависимость температуры двигателя от времени  $T(t)$  изображена на рис. 5. Известно, что на двигатель всегда подается одно и то же напряжение; трением в подшипниках двигателя и лебёдки пренебречь. Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, высоту одного этажа 3 м, теплоемкость электродвигателя  $C = 4,5$  кДж/°С.

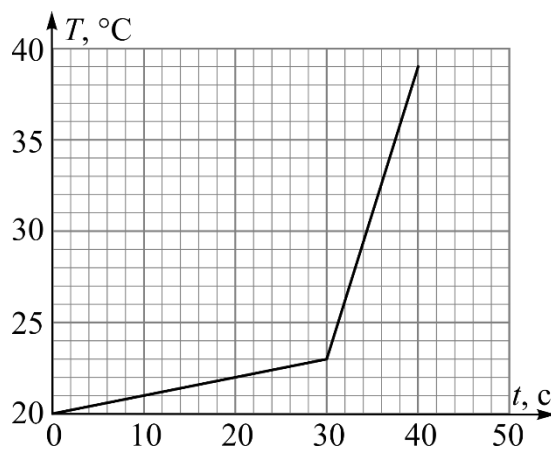


Рис. 5

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

10 класс

**Задача 1. Стакан-поплавок.** В цилиндрическом сосуде площадь дна которого  $S_2$  плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна  $S_1$  и высотой  $h = 24$  см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы  $F$  от перемещения  $x$  стакана вниз относительно дна сосуда (рис. 1).

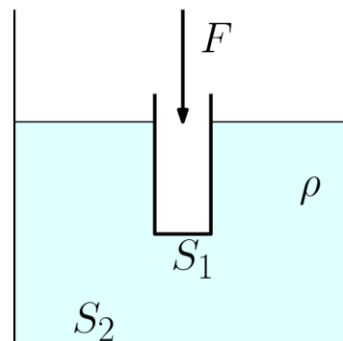


Рис. 1

Оказалось, что силе  $F_1 = 1,0$  Н соответствуют два значения  $x$ :

$x_{1,1} = 1,5$  см и  $x_{1,2} = 7,5$  см, а силе  $F_2 = 2,0$  Н значения  $x$ :

$x_{2,1} = 3,0$  см и  $x_{2,2} = 7,0$  см. Полагая, что плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение

свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, вычислите:

- массу стакана;
- площадь  $S_1$  дна стакана;
- площадь  $S_2$  дна сосуда.

Объемом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объемом воды, которой можно наполнить стакан.

**Возможное решение.** Пусть стакан сместился вниз относительно дна сосуда на расстояние  $x$ . При этом уровень воды в сосуде поднялся на  $xS_1 / (S_2 - S_1)$ , а глубина погружения стакана в воду увеличилась на  $xS_2 / (S_2 - S_1)$ . При этом сила Архимеда

увеличивается на

$$F = \rho g x \frac{S_1 S_2}{S_2 - S_1} \quad (1)$$

Связь между приложенной к стакану силой  $F$  (она в точности равна увеличению силы Архимеда) и его перемещением  $x$  является линейной (1) до момента, пока уровень воды не сравняется с верхним краем стакана. В этот момент величина силы  $F$  равна

$$F^* = (\rho S_1 h - m) g.$$

В отсутствие внешней силы  $F$  стакан выступал из воды на  $h_1 = h - m / (\rho S_1)$ , поэтому, для того, чтобы уровень воды сравнялся с верхним краем, его необходимо переместить вниз на

$$x^* = \left( h - \frac{m}{\rho S_1} \right) \frac{S_2 - S_1}{S_2}$$

Далее, при перемещении стакана вниз на  $\Delta x$  более, чем  $x^*$  (то есть всего на  $x^* + \Delta x$ ) приложенная сила уменьшается на величину  $\Delta F$  веса воды, втекающей в стакан. При этом  $\Delta F = \rho S_2 \Delta x g$ , а приложенная к стакану сила

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

$$F = F^* - \Delta F = (\rho S_1 h - m)g - \rho S_2 g \Delta x. \quad (2)$$

Таким образом, при  $x > x^*$  сила линейно уменьшается до нуля при

$$x_{\max} = x^* + \Delta x_{\max} = h - \frac{m}{\rho S_1}.$$

Отметим, что максимальное смещение стакана до момента, когда он начинает “тонуть”, в точности равно расстоянию  $h_1$  от верхнего края стакана до уровня воды в начальный момент.

На рисунке представлен график зависимости  $F(x)$  согласно условию задачи. Легко видеть, что

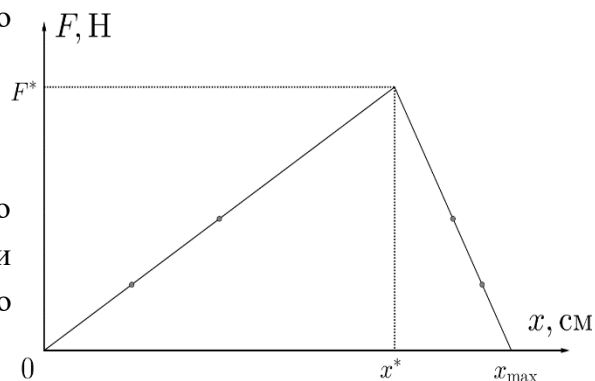


Рис. 2

$$x_{\max} = h_1 = h - \frac{m}{\rho S_1} = 8 \text{ см}; \quad (3)$$

$$x^* = h_1 \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right) = 6 \text{ см}; \quad (4)$$

$$F^* = \rho S_1 \left( h - \frac{m}{\rho S_1} \right) g = 4 \text{ Н}. \quad (5)$$

Из (3) следует  $\frac{m}{\rho S_1} = 16 \text{ см}$ ; из (4) получим  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$ . Подставляя  $\frac{m}{\rho S_1}$  в (5) найдём

$$S_1 = 50 \text{ см}^2, \quad S_2 = 200 \text{ см}^2, \quad m = 0,8 \text{ кг}.$$

### Критерии оценивания

- |   |                |
|---|----------------|
| 1) Связь величины подъёма уровня воды в сосуде с перемещением стакана | <b>1 балл</b>  |
| 2) Связь величины глубины погружения стакана с его перемещением       | <b>1 балл</b>  |
| 3) Уравнение (1)  | <b>1 балл</b>  |
| 4) Идея о втекании воды в стакан                                      | <b>1 балл</b>  |
| 5) Уравнение (2)  | <b>1 балл</b>  |
| 6) Нахождение $F^*$ , $x^*$ , $x_{\max}$                              | <b>3 балла</b> |
| 7) Ответ  | <b>2 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 2. Вязкий валик.** Однородный цилиндр массы  $m$  и радиуса  $R$  касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  вверх (рис. 1). Между пластинами и поверхностью цилиндра существует вязкое трение, сила его пропорциональна относительной скорости соприкасающихся поверхностей ( $\vec{F}_{\text{тр}} = -\gamma \vec{v}_{\text{отн}}$ ). Коэффициенты вязкого трения для первой и второй пластин равны  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  соответственно.

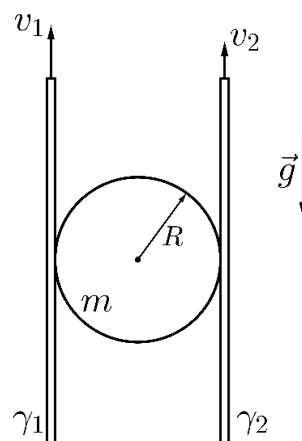


Рис. 1

1. Найдите установившуюся угловую скорость цилиндра, а также скорость его центра.

2. При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

**Возможное решение (Семенов Н.).**

Примем за положительное направление движения цилиндра – вниз, а за положительное направление вращения – по часовой стрелке. Тогда скорость точки  $A$  цилиндра, соприкасающейся с левой доской

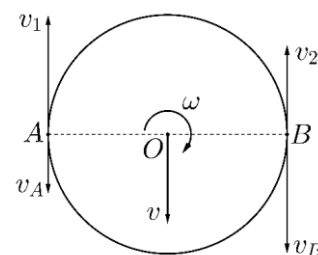


Рис. 2

$$v_A = v - \omega R.$$

Аналогично для точки  $B$  цилиндра, соприкасающейся с правой доской (рис. 2):

$$v_B = v + \omega R$$

При установившемся движении сумма сил, приложенных к цилиндру, равна нулю, а также равен нулю суммарный момент сил трения относительно оси  $O$  цилиндра (рис. 3):

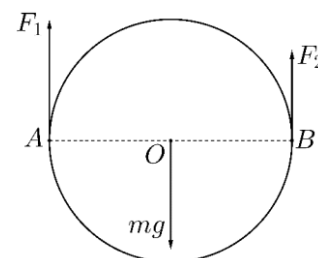


Рис. 3

$$mg = F_1 + F_2$$

$$F_1 R = F_2 R$$

Подставив

$$F_1 = \gamma_1(v_1 + v_A) = \gamma_1(v_1 + v - \omega R), \quad F_2 = \gamma_2(v_2 + v_B) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R),$$

получаем систему уравнений

$$\begin{cases} mg = \gamma_1(v_1 + v - \omega R) + \gamma_2(v_2 + v + \omega R) \\ \gamma_1(v_1 + v - \omega R) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R), \end{cases}$$

решая которую, находим

$$\omega = \frac{mg}{4R} \left( \frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) + \frac{v_1 - v_2}{2R},$$

$$v = \frac{mg}{4} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) - \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Как видно из выражения для скорости, цилиндр движется вверх, если

$$v_1 + v_2 > \frac{mg}{2} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right).$$

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Критерии оценивания**

Записаны выражения для скоростей точек $A$ и $B$ – по 1 баллу за точку	2 балла
Записано равенство сил, действующих на цилиндр + правило моментов по 1 баллу за точку	2 балла
Получена система, из которой определяется $v$ и $\omega$	2 балла
Проведены необходимые преобразования и найдены $v$ и $\omega$ по 1,5 балла за каждую физическую величину	3 балла
Найдено условие движения цилиндра вверх	1 балл

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.  
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>



**Задача 3. Два шарика на двух нитях.** Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом  $V=10\text{ см}^3$  и плотностью  $\rho=500\text{ кг/м}^3$ . Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объема  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис. 1). Найдите модуль разности сил реакции опор.

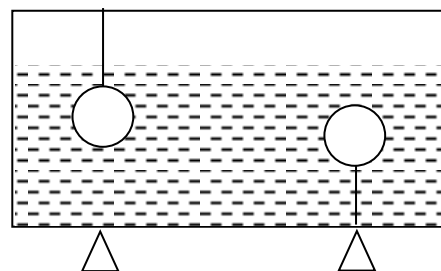


Рис. 1

**Возможное решение (Заятник М.).** Расставим силы, действующие на сосуд:  $F$ -сила давления на дно, действующая со стороны воды,  $T_1$  и  $T_2$ - силы натяжения нитей,  $N_1$  и  $N_2$ -силы реакций опор (рис. 2).

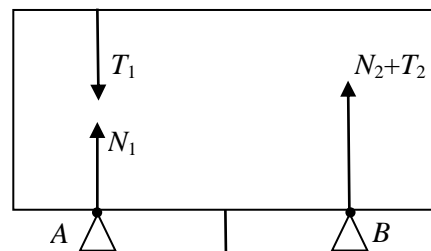


Рис. 2

Запишем правило моментов относительно точки  $A$ :

$$(N_2 + T_2)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно точки  $B$ :

$$N_1 2l = T_1 2l + Fl.$$

Найдём силу с которой вода действует на дно сосуда:

$$F = \rho_0 g HS = \rho_0 g \left( \frac{m}{\rho_0} + 2V \right),$$

где  $H$  - уровень воды в сосуде,  $S$  – площадь дна сосуда,  $m$  – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шариков:  $T_1 + \rho_0 Vg = 3\rho Vg$ .

$$T_2 + \rho Vg = \rho_0 Vg.$$

$$N_1 = \frac{mg + 6\rho Vg}{2},$$

Решая систему получим:

$$N_2 = \frac{mg + 2\rho Vg}{2}.$$

$$N_1 - N_2 = 2\rho Vg = 0,1\text{ Н}.$$

### Критерии оценивания

- |   |         |
|---|---------|
| 1) Записано правило моментов относительно полюса ( $A$ )            | 1 балл  |
| 2) Записано правило моментов относительно полюса ( $B$ )            | 1 балл  |
| 3) Записано условие равновесия для шариков (для каждого по 1 баллу) | 2 балла |
| 4) Получено выражение для силы $F$                                  | 2 балла |
| 5) Найдена реакция опоры $N_1$                                      | 1 балл  |
| 6) Найдена реакция опоры $N_2$                                      | 1 балл  |
| 7) Получен ответ  | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

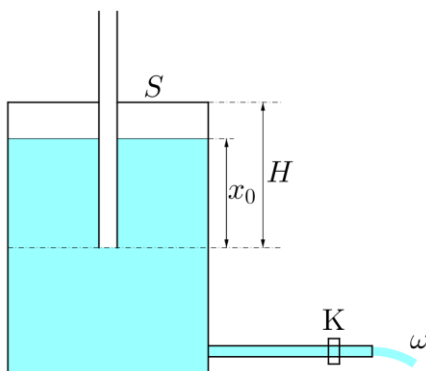


Рис. 1

**Задача 4. Сосуд Мариотта** Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью дна  $S$ , в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис. 1). Нижний конец трубки расположен на расстоянии  $H$  от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. В начальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной

трубки равна  $x_0$ , а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт. В момент времени  $t = 0$  кран открывают, и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку. Расход вытекающей жидкости равен  $\omega$  (объем в единицу времени). Температура сосуда  $T$ , атмосферное давление  $p_0$ , молярная масса  $M$  воздуха известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки. Плотность воды равна  $\rho$ .

1. Чему равна масса  $m_0$  воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?
2. Чему равна скорость  $\mu$  изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени?
3. С какой скоростью  $\beta$  изменяется  $\mu$  (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

**Возможное решение (Кармазин С.).** Пусть  $\omega$  – секундный расход воды, вытекающей из сосуда Мариотта (рис. 2). Скорость опускания уровня воды в сосуде  $v = \omega / S$ . Таким образом, объем воздуха над водой в сосуде изменяется со временем по закону:

$$V = S(H - x_0) + \omega t, \quad (1)$$

а уровень воды  $x$ :

$$x = x_0 - vt = x_0 - \frac{\omega}{S} t.$$

Давление воздуха над поверхностью воды изменяется со временем по закону:

$$p = p_0 - \rho g x = p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t. \quad (2)$$

Найдём массу воздуха над водой:

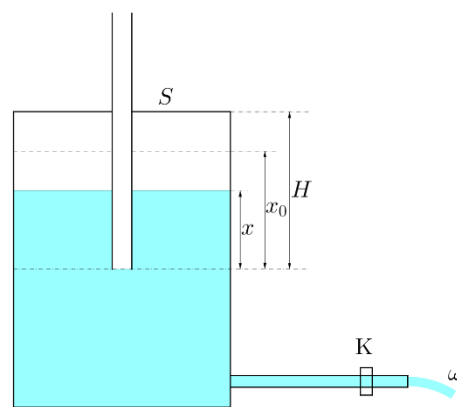


Рис. 2

$$m = \frac{M}{RT} pV = \frac{M}{RT} \left( p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t \right) \left[ S(H - x_0) + \omega t \right] =$$
$$\frac{M}{RT} S(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0) + \frac{M}{RT} \omega \left[ (p_0 - \rho g x_0) + \rho g(H - x_0) \right] t + \frac{M}{RT} \frac{\rho g (\omega t)^2}{S}.$$

Масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени

$$m(0) = \frac{M}{RT} S(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0).$$

Скорость изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени

$$\mu(0) = \frac{dm}{dt} = \frac{M}{RT} \omega [p_0 + \rho g H - 2\rho g x_0].$$

Скорость  $\beta$  изменения  $\mu$  (скорости изменения массы воздуха в сосуде)

$$\beta = \frac{d\mu}{dt} = 2 \frac{M}{RT} \frac{\rho g \omega^2}{S}.$$

### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Найден объем воздуха над водой в сосуде                     | 1 балл  |
| 2) Найден уровень воды в сосуде                                | 1 балл  |
| 3) Найдено давление воздуха над поверхностью воды              | 2 балла |
| 4) Найдена масса воздуха над водой                             | 3 балла |
| 5) Найдена масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент | 1 балл  |
| 6) Найдена скорость изменения массы воздуха в сосуде           | 1 балл  |
| 7) Найдена скорость изменения скорости изменения массы воздуха | 1 балл  |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 5. Зацепился!** На электродвигатель постоянного тока установили датчик температуры. На верхнем этаже стройки поставили лебедку, приводимую в движение этим двигателем. В начале рабочего дня лебедка стала поднимать груз массой  $M = 67,5$  кг. Не доехав всего один этаж до лебёдки, груз зацепился. На каком этаже это произошло? Зависимость температуры двигателя от времени  $T(t)$  изображена на рис. 1. Известно, что на двигатель всегда подается одно и то же напряжение; трением в подшипниках двигателя и лебёдки пренебречь. Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, высоту одного этажа 3 м, теплоемкость электродвигателя  $C = 4,5$  кДж/°С.

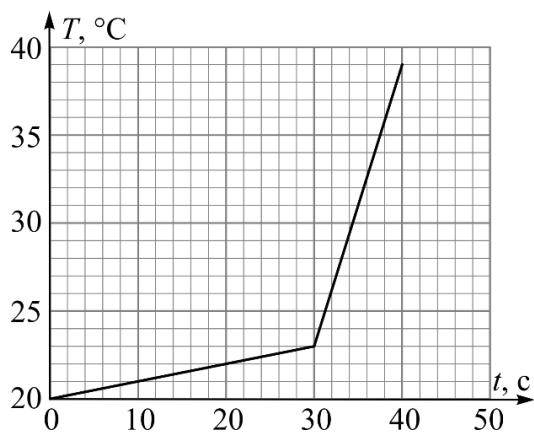


Рис. 1

**Возможное решение (Юдин И.).** Пусть двигатель подключен к сети с напряжением  $U_0$ ;  $N_1$  и  $N_2$  – мощность тепловых потерь на первом и втором участке работы двигателя (с нагрузкой и с "заклиниванием");  $I_0$  – сила тока при работе двигателя, поднимающего груз;  $N_m$  – механическая мощность по поднятию груза,  $R$  – сопротивление обмотки двигателя,  $v$  – скорость груза, поднимаемого на 1 участке.

Энергетический баланс на 1 участке:

$$U_0 I_0 = N_1 + N_m, \quad (1)$$

где

$$N_1 = R I_0^2. \quad (2)$$

На участке 2 мощность, потребляемая двигателем

$$N_2 = \frac{U_0^2}{R}. \quad (3)$$

Заметим, что

$$N_1 N_2 = (I_0 U_0)^2. \quad (4)$$

Тогда с учётом (2), (3), (4) выражение (1) примет вид:

$$\sqrt{N_1 N_2} = N_1 + N_m,$$

откуда следует:

$$N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1.$$

Из графика, данного в условии, находим

$$N_1 = C \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_1 = 4500 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{°С}} \right) 0,1 \left( \frac{\text{°С}}{\text{с}} \right) = 450 \text{ Вт.}$$

$$N_2 = C \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_2 = 4500 \left( \frac{\text{Дж}}{\text{°С}} \right) 1,6 \left( \frac{\text{°С}}{\text{с}} \right) = 7200 \text{ Вт.}$$

Механическая мощность  $N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1 = 1800 \text{ Вт} - 450 \text{ Вт} = 1350 \text{ Вт.}$

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

С другой стороны,

$$N_m = Mg\nu.$$

Из двух последних уравнений получим

$$\nu = \frac{N_m}{Mg} = 2 \text{ м/с}.$$

Высота, на которой зацепился груз

$$H = \nu t = 60 \text{ м} \text{ или на границе 20 и 21 этажей.}$$

### Критерии оценивания

- |  |           |
|--|-----------|
| 1) Уравнения энергетического баланса для первого участка             | 1 балл    |
| 2) Уравнения энергетического баланса для второго участка             | 1 балл    |
| 3) Выражение для механической мощности через тепловые                | 1 балл    |
| 3) Вычисление тепловых мощностей из графика $T(t)$ (формула + число) |           |
| на 1 участке (1+ 0,5 балла)  | 1,5 балла |
| на 2 участке (1+ 0,5 балла)  | 1,5 балла |
| 4) Выражение для скорости поднятия груза                             | 2 балла   |
| численное значение   | 1 балл    |
| 5) Итоговый численный ответ  | 1 балл    |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

## 11 класс

**Задача 1. Сообщающиеся сосуды.** В двух сообщающихся одинаковых вертикальных цилиндрических сосудах находится жидкость плотности  $\rho$ . Первоначальный уровень жидкости в сосудах  $l = 10$  см от дна (рис. 1). Сосуды соединены через отверстия в середине дна маленькой трубочкой пренебрежимо малого объема. В левом сосуде на высоте  $2l$  от дна находится невесомый поршень, который может свободно перемещаться без трения о стенки. Под поршнем находится воздух при атмосферном давлении  $p_0 = 2\rho gl$ . С момента времени  $t = 0$

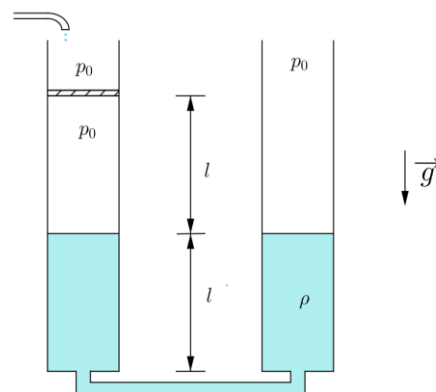


Рис. 1

в левый сосуд в пространство над поршнем начинает поступать та же жидкость, причем скорость прироста уровня воды над поршнем составляет  $v = 0,2$  мм/с.

- 1) С какой скоростью движется поверхность жидкости в правом сосуде в начале процесса?
- 2) С какой скоростью и куда движется поверхность жидкости над поршнем в начале процесса?
- 3) На какой высоте от дна сосуда будет находиться поверхность жидкости над поршнем
  - а) через 600 с?
  - б) через 1100 с?

Температуру в сосудах можно считать постоянной. Жидкость из сосудов не выливается.

**Задача 2. Стеклоподъемники.** При включении электродвигателя стеклоподъемника одной двери автомобиля стекло поднимается из нижнего в верхнее положение за время  $t_1$ . Если включить одновременно два стеклоподъемника, то стекла поднимутся за время  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ).

- 1) За какое время  $t_3$  поднимутся три стекла автомобиля при одновременной работе трёх стеклоподъемников?
- 2) За какое время  $t_4$  поднимутся все четыре стекла автомобиля при одновременной работе всех четырёх стеклоподъемников.

*Примечания.* Считайте, что сила, необходимая для подъема стекла, не зависит от скорости подъема, а сила тяги  $F$  мотора стеклоподъемника пропорциональна силе тока, идущего через него.

**Задача 3. Зарядка-разрядка.** В электрической цепи (рис. 2) все элементы можно считать идеальными. Конденсатор емкостью  $C$  не заряжен. ЭДС батареи  $\mathcal{E}$  задана. Ключ  $K$  замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасённой в конденсаторе, составляет 75% от максимальной.

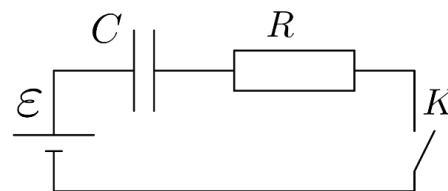


Рис. 2

Найдите количество теплоты, выделившееся в цепи при замкнутом ключе.

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 4. Долго ли умеючи?** В глубинах вселенной вдали от всех тяготеющих масс находится тонкий однородный стержень длины  $L = 10$  м и массой  $M = 1,0$  кг. По нему без трения может скользить бусинка массой  $m = 0,1$  кг. В начальный момент бусинка слегка смещена относительно центра стержня и система неподвижна. Через какое время  $\tau$  бусинка впервые достигнет середины стержня? Гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>.

**Задача 5. Толстая линза.** Вся поверхность плоского экрана, представляющего собой матовое стекло, освещается параллельным пучком лучей, направленным перпендикулярно экрану. Толстую линзу в виде половинки стеклянного шара расположили **перед** экраном так, что плоская поверхность линзы параллельна плоскости экрана (рис. 3). Показатель преломления стекла линзы  $n = 2,0$ . Диаметр линзы меньше размеров экрана.

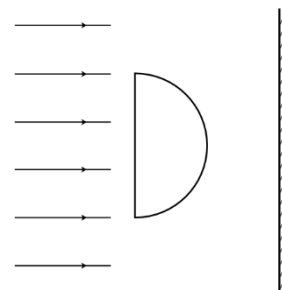


Рис. 3

- 1) Определите расстояние  $L_1$  от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 4). Здесь пунктирные линии касаются внешней границы области с переменной освещённостью.
- 2) Определите расстояние  $L_2$  от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 5).

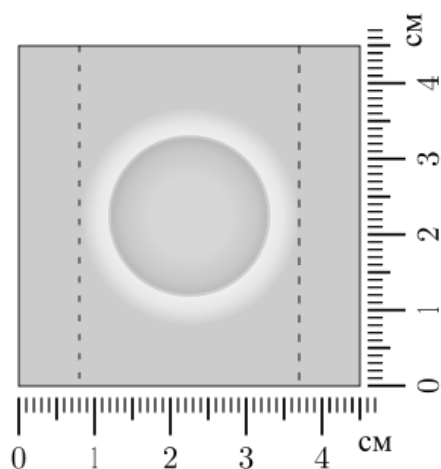


Рис. 4

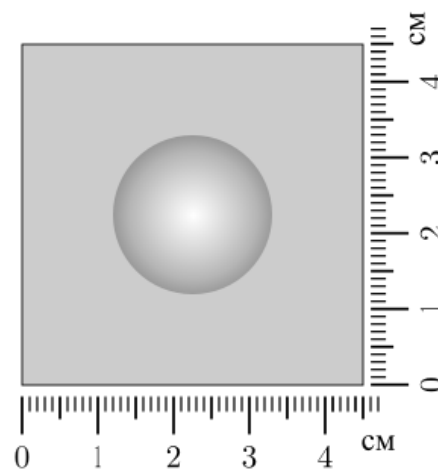


Рис. 5

11 класс

**Задача 1. Сообщающиеся сосуды.** В двух одинаковых сообщающихся вертикальных цилиндрических сосудах находится жидкость плотности  $\rho$ . Первоначальный уровень жидкости в сосудах  $l = 10$  см от дна (рис. 1). Сосуды соединены через отверстия в их дне маленькой трубочкой пренебрежимо малого объема. В левом сосуде на высоте  $2l$  от дна находится лёгкий поршень, который может свободно перемещаться без трения о стенки. Под поршнем

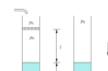


Рис. 1

находится воздух при атмосферном давлении  $p_0 = 2\rho gl$ . С

момента времени  $t = 0$  в левый сосуд в пространство над поршнем начинает поступать жидкость плотности  $\rho$ , причем скорость прироста её уровня над поршнем составляет  $v = 0,2$  мм/с.

- 1) С какой скоростью движется поверхность жидкости в правом сосуде в начале процесса?
- 2) С какой скоростью и в каком направлении (вверх или вниз) движется поверхность жидкости над поршнем в начале процесса?
- 3) На какой высоте  $z$  от дна сосуда будет находиться поверхность жидкости над поршнем
  - а) через 600 с?
  - б) через 1100 с?

Температуру в сосудах можно считать постоянной. Жидкость из сосудов не выливается.

**Возможное решение (Аполонский А.).** 1) Пусть через малое время  $\Delta t$  после начала поступления жидкости на поршень высота столба жидкости в правом цилиндре возросла на  $\Delta h$ . Из условия гидростатического равновесия в сосудах

$$p_0 + \rho g(l + \Delta h) = p_0 + \rho g v \Delta t + \rho g(l - \Delta h).$$

Из этого уравнения находим скорость поднятия жидкости в правой части сосуда в начале процесса:

$$v_{\text{п}} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{v}{2}.$$

2) Пусть  $S$  – площадь поршня. Из закона Бойля-Мариотта

$$(p_0 l S = (p_0 + \rho g v \Delta t) H S)$$

найдем высоту  $H$  столба воздуха в левом сосуде:

$$H = \frac{l}{1 + \frac{\rho g v t}{p_0}} = \frac{l}{1 + \frac{v t}{2l}}.$$

Здесь  $t$  – время поступления жидкости в левый сосуд. Тогда поверхность жидкости над поршнем находится на высоте  $z$  от дна сосуда.



$$z(t) = (l-h) + H + vt = l - \frac{vt}{2} + \frac{l}{1 + \frac{\rho g vt}{p_0}} + vt = l + \frac{vt}{2} + \frac{l}{1 + \frac{vt}{2l}}. \quad (1)$$

При малых  $t$  высота

$$z(t) \approx \left( l + \frac{vt}{2} \right) + \left( l - \frac{vt}{2} \right) = 2l,$$

то есть в начале процесса скорость изменения высоты поверхности жидкости близка к нулю.

3а) Из формулы (1) следует. Что при  $t = 600$  с искомая высота  $z = 22,25$  см.

3б) Формальная подстановка даёт, что через  $t = 1100$  с в левом цилиндре под поршнем уровень жидкости опустится на  $h = \frac{vt}{2} = 11$  см. Но, это больше  $l$ . Следовательно, к этому времени вся вода из под поршня перетечет в правую часть, а воздух под поршнем "пробулькнет" и поршень опустится на дно.

Тогда высота поверхности жидкости над поршнем окажется  $z = vt = 22$  см.

### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Условие гидростатического равновесия                            | 2 балл  |
| 2) Дан ответ к пункту 1 – (формула + число) 0.5 + 0.5 балла        | 1 балл  |
| 3) Записан закон Бойля-Мариотта                                    | 1 балл  |
| 4) Получено выражение для высоты поверхности жидкости от времени   | 2 балла |
| 5) Дан ответ к пункту 2  | 1 балл  |
| 6) Дан ответ к пункту 3а)  | 1 балл  |
| 7) Указано, что воздух "пробулькивает" и поршень опускается на дно | 1 балл  |
| 8) Дан ответ к пункту 3б)  | 1 балл  |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 2. Стеклоподъёмники.** При включении электродвигателя стеклоподъёмника одной двери автомобиля стекло поднимается из нижнего в верхнее положение за время  $t_1$ . Если включить одновременно два стеклоподъёмника, то стекла поднимутся за время  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ).

- 1) За какое время  $t_3$  поднимутся три стекла автомобиля при одновременной работе трёх стеклоподъёмников?
- 2) За какое время  $t_4$  поднимутся все четыре стекла автомобиля при одновременной работе всех четырёх стеклоподъёмников.

*Примечания.* Считайте, что сила, необходимая для подъёма стекла, не зависит от скорости подъёма, а сила тяги  $F$  мотора стеклоподъёмника пропорциональна силе тока, идущего через него.

**Решение (Гуденко А., Кармазин С.).** Закон сохранения энергии при работе одного стеклоподъёмника:

$$IU = I^2(r + R) + sF / t_1.$$

Здесь  $U$  – ЭДС аккумулятора,  $r$  – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление обмотки электродвигателя,  $I$  – сила тока, необходимая для равномерного подъёма стекла и создающая необходимую силу тяги  $F = \beta I$ ,  $\beta$  – коэффициент пропорциональности,  $s$  – перемещение стекла при подъёме.

При работе двух стеклоподъёмников сила тока, текущего через аккумулятор, в два раза больше и закон сохранения энергии выглядит так:

$$2IU = (2I)^2(r + R/2) + 2sF / t_2.$$

Для трёх стеклоподъёмников:

$$3IU = (3I)^2(r + R/3) + 3sF / t_2.$$

Для четырёх стеклоподъёмников:

$$4IU = (4I)^2(r + R/4) + 4sF / t_2.$$

Из первых трёх уравнений получаем:  $\frac{1}{t_3} - \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}$ ,

Откуда получаем  $t_3 = \frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2}$ .

Аналогично:  $t_4 = \frac{t_1 t_2}{3t_1 - 2t_2}$ .

Из уравнений видно, что при идеальном аккумуляторе ( $r = 0$ ), все четыре уравнения выглядят одинаково и, соответственно, все времена подъёма также одинаковы.

**Критерии оценивания**

- |  |                  |
|--|------------------|
| 1. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме одного стекла  | <b>2 балла</b>   |
| 2. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме двух стекол    | <b>1 балл</b>    |
| 3. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме трёх стекол    | <b>1 балл</b>    |
| 4. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме четырёх стекол | <b>1 балл</b>    |
| 5. Получена связь на времена $t_1, t_2, t_3$                               | <b>1,5 балла</b> |
| 6. Получена связь на времена $t_1, t_2, t_4$                               | <b>1,5 балла</b> |
| 7. Найдено время $t_3$   | <b>1 балл</b>    |
| 8. Найдено время $t_4$   | <b>1 балл</b>    |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 3. Зарядка-разрядка.** В электрической цепи (рис. 1) все элементы можно считать идеальными. Конденсатор емкостью  $C$  не заряжен. ЭДС батареи задана. Ключ  $K$  замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасённой в конденсаторе, составляет 75% от максимальной.

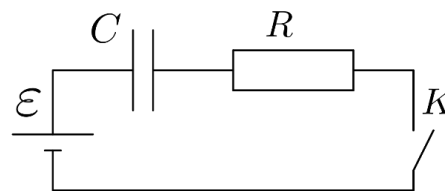


Рис. 1

Найдите количество теплоты, выделившееся в цепи при замкнутом ключе.

**Возможное решение (Шеронов А.).** Скорость изменения энергии конденсатора:

$$P = \frac{d}{dt} \left( \frac{q^2}{2C} \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} I. \quad (1)$$

Здесь  $I$  – сила тока в цепи,  $q$  – заряд на конденсаторе.

Запишем закон Ома для цепи:

$$\mathcal{E} = IR + \frac{q}{C}. \quad (2)$$

Работа батареи идёт на зарядку конденсатора и на тепловые потери на резисторе:

$$\mathcal{E}I = P + I^2 R. \quad (3)$$

Максимум мощности достигается при силе тока  $I = \frac{\mathcal{E}}{2R}$ .

Из уравнения (2) найдём заряд на емкости:

$$q = C \left( \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R} R \right) = \frac{C\mathcal{E}}{2}.$$

Из (1) найдём максимальную скорость изменения энергии:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}. \quad (4)$$

По условию в момент размыкания ключа  $P = \frac{3}{16} \frac{\mathcal{E}^2}{R}$ . (5)

Подставляя это выражение в уравнение (3) получим:

$$I^2 - \frac{\mathcal{E}}{R} I + \frac{3}{16} \left( \frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2 = 0.$$

Решая это квадратное уравнение найдём:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2 - \frac{3}{16} \left( \frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2} = \frac{\mathcal{E}}{2R} \pm \frac{\mathcal{E}}{4R}.$$

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{4R}; \quad I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{4R}.$$

Из уравнения (2) найдём соответствующие заряды:

$$q_1 = \frac{3C\mathcal{E}}{4}; \quad q_2 = \frac{C\mathcal{E}}{4}.$$

Джоулево тепло, выделившееся на резисторе равно:

$$W = \left( q\mathcal{E} - \frac{q^2}{2C} \right).$$

Соответственно,

$$W_1 = \frac{24}{32}C\mathcal{E}^2 - \frac{9}{32}C\mathcal{E}^2 = \frac{15}{32}C\mathcal{E}^2; \quad W_2 = \frac{8}{32}C\mathcal{E}^2 - \frac{1}{32}C\mathcal{E}^2 = \frac{7}{32}C\mathcal{E}^2.$$

Таким образом, задача имеет два решения:

$$W_1 = \frac{15}{32}C\mathcal{E}^2; \quad W_2 = \frac{7}{32}C\mathcal{E}^2.$$

### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Получена скорость изменения энергии конденсатора (1)  | 1 балл  |
| 2) Записан закон Ома для цепи (2)  | 1 балл  |
| 3) Найдена максимальная скорость изменения энергии конденсатора (4)  | 1 балл  |
| 4) Найдена мощность в момент размыкания ключа (5)  | 1 балл  |
| 5) Получено квадратное уравнение для соответствующей силы тока   | 2 балла |
| 6) Найдены заряды на конденсаторе, при которых в цепи выделяется соответствующая теплота (решено квадратное уравнение) | 2 балла |
| 7) Найдено соответствующее количество теплоты (рассмотрен любой случай из двух)  | 2 балла |

**Задача 4. Долго ли умеючи?** В глубинах вселенной вдали от всех тяготеющих масс находится тонкий однородный стержень длины  $L = 10$  м и массой  $M = 1,0$  кг. По нему без трения может скользить бусинка массой  $m = 0,1$  кг. В начальный момент бусинка слегка смещена относительно центра стержня и система неподвижна. Через какое время  $\tau$  бусинка впервые достигнет середины стержня? Гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>.

**Решение (Плис В.).** В процессе колебаний центр масс системы тел будет оставаться неподвижным. Начало лабораторной системы отсчета  $OX$  поместим в центр масс. Подвижную систему отсчета  $OX_1$  свяжем со спицей. В ЛСО ускорение бусинки при малом ее смещении  $x_1$  относительно спицы определяется силой притяжения концевой отрезка спицы длиной  $2x_1$  и расположенного на расстоянии  $\approx L/2$  от бусинки:

$$a_{m,c} = \frac{F_x}{m} = -\frac{Gm(M/L)2x_1}{m(L/2)^2} = -\frac{8GM}{L^3}x_1.$$

Ускорение стержня при этом смещении бусинки

$$a_{M,c} = -\frac{F_x}{M} = \frac{Gm(M/L)2x_1}{M(L/2)^2} = \frac{8Gm}{L^3}x_1.$$

Тогда ускорение  $a_m$  бусинки относительно стержня будет равно

$$a_m = a_{m,c} - a_{M,c} = -\frac{8G(M+m)}{L^3}x_1.$$

Получено уравнение гармонических колебаний бусинки относительно спицы. Период этих колебаний

$$T = 2\pi / \omega = \pi L \sqrt{\frac{L}{2G(M+m)}}.$$

Искомое время равно четверти периода гармонических колебаний

$$\tau = T / 4 \approx 2,0 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 24 \text{ суток}.$$

**Решение (Гуденко А.).** Известно, что период колебаний двух грузов  $m$  и  $M$ , связанной пружинкой с жёсткостью  $k$ , определяется точно также, как для одного грузика на пружинке, но только вместо массы груза нужно взять приведённую массу  $\mu = \frac{mM}{m+M}$  (это выражение можно получить из уравнений движения).

Период колебаний груза на пружине равен  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{k}}$ .

В нашем случае «коэффициент жёсткости»  $k = \frac{8GmM}{L^3}$ .

*Региональный этап всероссийской олимпиады школьников по физике. 17 января 2017 г.*

Тогда период колебаний  $T = \pi L \sqrt{\frac{L}{2G(M+m)}} .$

*18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>*

**Критерии оценивания**

- 1) Отмечено, что при смещении бусинки на  $x_1$  сила притяжения определяется взаимодействием бусинки и части спицы длиной  $2x_1$  **1 балл**
- 2) Применён вторые законы Ньютона (по 2 балла за каждый из случаев (для бусинки и для стержня)) **4 балла**
- 3) Получено ускорение бусинки относительно стержня **1 балл**
- 4) Получено выражение для периода колебаний **2 балл**
- 5) Получен численный ответ **2 балла**

Если явно указано, что ускорением стержня можно пренебречь в силу  $m \ll M$ , то снимается 1 балл.

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>



**Задача 5. Толстая линза.** Вся поверхность плоского экрана, представляющего собой матовое стекло, освещается параллельным пучком лучей, направленным перпендикулярно экрану. Толстую линзу в виде половинки стеклянного шара расположили **перед** экраном так, что плоская поверхность линзы параллельна плоскости экрана (рис. 1). Показатель преломления стекла линзы  $n = 2,0$ . Диаметр линзы меньше размеров экрана.

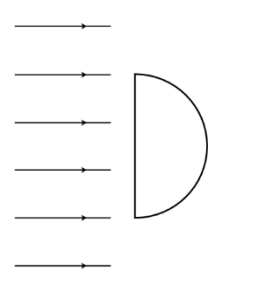


Рис. 1

- 1) Определите расстояние  $L_1$  от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 2). Здесь пунктирные линии касаются внешней границы области с переменной освещённостью.
- 2) Определите расстояние  $L_2$  от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 3).

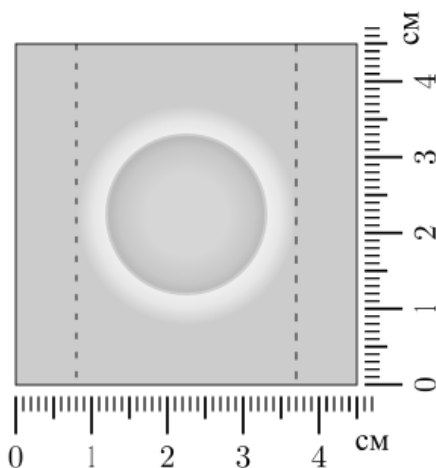


Рис. 2

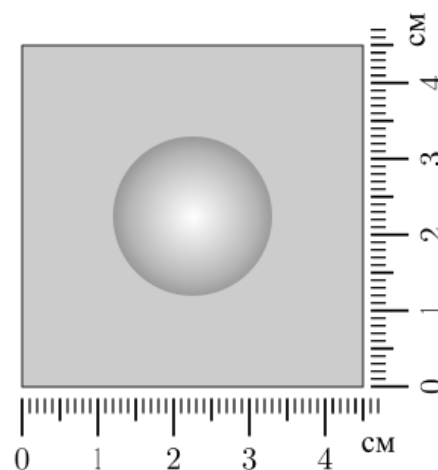


Рис. 3

**Возможное решение (Варламов С., Карманов М.).** Рассмотрим ход лучей в линзе. Плоскую границу линзы все лучи проходят без преломления. А вот из сферической поверхности выходят не все лучи. Часть из них испытывает полное отражение. Найдем предельный угол падения, при котором лучи перестают выходить за сферическую поверхность:  $n \sin \alpha_{\text{пр}} = 1,0$ . Отсюда  $\alpha_{\text{пр}} = 30^\circ$ .

Построим ход некоторых лучей. Из данной картинки (рис. 4) понятно, почему в первом случае мы наблюдаем на экране кольцо более яркое, чем вся поверхность экрана. Это кольцо создается как лучами, прошедшими мимо линзы, так и некоторыми лучами, прошедшими сквозь неё. При этом внешняя граница яркого кольца определяется как раз лучом, падающим на сферическую поверхность под предельным углом

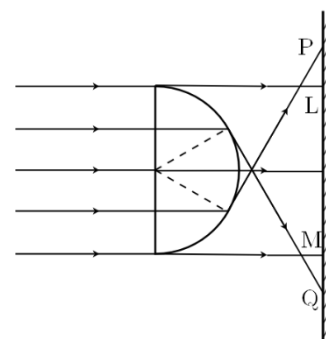


Рис. 4

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

в  $30^\circ$ .

Диаметр же темного центрального пятна равен диаметру линзы. Определим с помощью масштабной линейки внешний диаметр кольца  $D = 2,90$  см и диаметр внутреннего темного круга  $d = 2,10$  см.

Рассмотрим предельный луч.

Отмеченный угол равен  $30^\circ$ ,  $CD = \frac{d}{2} = R = 1,05$  см (рис. 5).

$$CE = \frac{D}{2} = 1,45 \text{ см.}$$

Пусть  $L$  – искомое расстояние, тогда  $AB = L - R \cos \alpha_{\text{пр}}$ .

$$BE = \frac{D}{2} + R \sin \alpha_{\text{пр}}.$$

$$\frac{AB}{BE} = \text{tg} \alpha_{\text{пр}}.$$

В результате преобразований получим  $L_1 = \frac{\frac{D}{2} \sin \alpha_{\text{пр}} + R}{\cos \alpha_{\text{пр}}} = 2,05$  см.

Во втором случае точки  $D$  и  $E$  должны совпасть, либо точка  $E$  должна располагаться ближе к точке  $C$ . Тогда  $D \leq d = 2,10$  см. Поскольку придвинуть линзу к экрану ближе, чем на расстояние  $R = d/2$ , невозможно, то

$$R \leq L_2 \leq R \frac{\sin \alpha_{\text{пр}} + 1}{\cos \alpha_{\text{пр}}} \quad \text{или} \quad 1,05 \text{ см} \leq L_2 \leq 1,82 \text{ см.}$$

### Критерии оценивания

- |  |                |
|--|----------------|
| 1) Понимание наличия полного внутреннего отражения для части лучей                                       | <b>1 балл</b>  |
| 2) Определен предельный угол в 30 градусов   | <b>1 балл</b>  |
| 3) Рисунок с ходом лучей, поясняющий образование на экране первой картинке.                              | <b>2 балла</b> |
| 4) Показано, что диаметр темного пятна равен диаметру полушара.  | <b>1 балл</b>  |
| 5) Записаны геометрические связи, позволяющие получить ответ.  | <b>1 балл</b>  |
| 6) Получена формула для $L$ в первом случае  | <b>1 балл</b>  |
| 7) Верный численный ответ в первом случае  | <b>1 балл</b>  |
| 8) Верный переход ко второму случаю  | <b>1 балл</b>  |
| 9) Верный численный ответ (граничное значение или диапазон возможных значений для $L$ ) во втором случае | <b>1 балл</b>  |

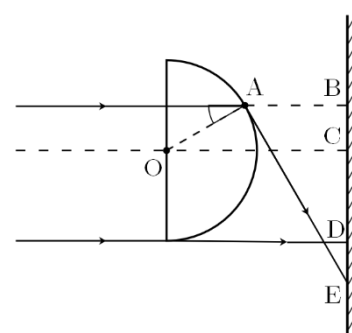


Рис. 5

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>