

Данная подборка задач является **примером** того, что будет разбираться на смене. Здесь приведены 2–3 задачи из каждого семинара для того, чтобы вы смогли оценить уровень смены и темы, которые обсуждаются на ней. На самих семинарах будет разобрано гораздо больше задач.

Занятие 1. Кинематика материальной точки

1. (*Физтех, 2023, 10*) Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1. Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2. Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте h мяч ударится в стенку?

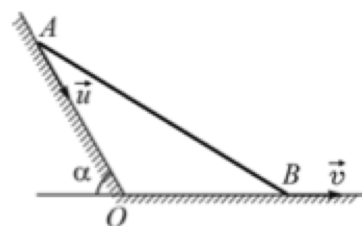
Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. (*Росатом, 2011, 11*) Тело бросили под углом к горизонту. Известно, что время полёта тела равно τ , а отношение максимальной и минимальной скоростей тела в процессе движения $v_{\max}/v_{\min} = k$. Определите дальность полёта. Сопротивлением воздуха пренебречь.

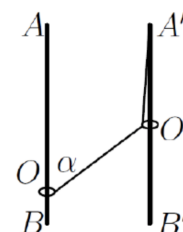
3. С обрыва в горизонтальном направлении бросают камень со скоростью 20 м/с. Определите точку траектории, радиус кривизны которой в восемь раз больше радиуса кривизны в верхней точке.

Занятие 2. Кинематические связи

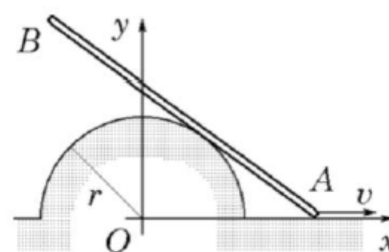
4. (Курчатов, 2015, 10) На двугранном угле находится тонкий стержень, нижний конец которого перемещаются со скоростью v вдоль горизонтали (см. рисунок). Найдите скорость u верхнего конца стержня в момент, когда $OA : OB = 2 : 1$. Угол $\alpha = 60^\circ$. Концы стержня не отрываются от поверхностей двугранного угла.



5. Колечки O и O' надеты на вертикально закреплённые стержни AB и $A'B'$. Нерастяжимая нить привязана к кольцу O , пропущена через кольцо O' и закреплена в точке A' . В тот момент, когда $\angle AOO' = \alpha$, кольцо O' движется вниз со скоростью V . Найти скорость кольца O в этот момент.



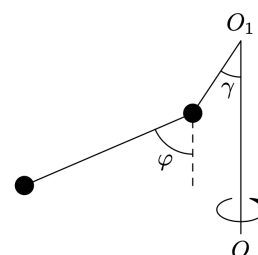
6. Стержень AB движется в неподвижной плоскости Oxy так, что его конец A скользит по оси Ox со скоростью величины v . Во время движения стержень опирается на неподвижную окружность радиуса r , касающуюся оси Ox . Найдите положение мгновенного центра скоростей стержня, угловую скорость стержня и скорость его точки C , которой он в данный момент опирается на окружность, в зависимости от OA .



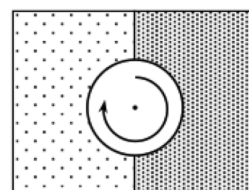
Занятие 3. Динамика материальной точки

7. (МФТИ, 1993) Во сколько раз отличаются минимальные периоды обращения спутников для Марса и Земли? Масса Марса составляет $\alpha = 0,11$ массы Земли, а радиус Марса — $\beta = 0,53$ радиуса Земли.

8. (МФТИ, 2003) Вокруг вертикальной оси OO_1 вращается с постоянной угловой скоростью система из двух небольших по размерам шариков различной массы (см. рисунок). Нить, связывающая шарики, в три раза длиннее нити, прикреплённой к верхнему шарикку и оси вращения. Нити составляют углы γ и φ с вертикалью ($\sin \gamma = 3/5$, $\sin \varphi = 4/5$). Найдите отношение сил натяжения верхней и нижней нитей.



9. (Росатом, 2019, 11) Однородный диск раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω и положили на границу раздела двух горизонтальных полуплоскостей так, что его центр оказался точно на границе (см. рисунок; вид сверху). Коэффициент трения между диском и одной полуплоскостью k , между диском и другой полуплоскостью $2k$. Найти ускорение центра диска сразу после того, как он оказался на поверхности.



10. (МОШ, 2023, 11) Зависимость относительного удлинения δx поджатой пружины от силы F , растягивающей её в невесомости, изображена на графике, представленном ниже ($\delta x = x/L_0$, L_0 — начальная длина пружины, x — удлинение). Пружина не растягивается, пока выполняется неравенство $F \leq F_0$, если же сила F становится больше F_0 , то относительное удлинение δx начинает зависеть от силы F по линейному закону $\delta x = \frac{F-F_0}{\varepsilon}$, где $\varepsilon = \text{const}$.



Далее в задаче рассматриваются однородные пружины, для любого участка которых постоянные F_0 и ε такие же, как для исходной пружины длиной L_0 . В каждом из пунктов масса пружины обозначается M . Коэффициентом упругости k поджатой пружины считается коэффициент пропорциональности между изменением силы и удлинением $k = \frac{F(x)-F_0}{x}$ при $F > F_0$. Во всех пунктах задачи рассматривается статическое равновесие пружин.

Безразмерные параметры $\gamma = \frac{kL_0}{Mg}$ и $f_0 = \frac{F_0}{Mg}$ (разные в разных пунктах задачи) характеризуют относительные жёсткость и силу поджатия пружины, g — ускорение свободного падения.

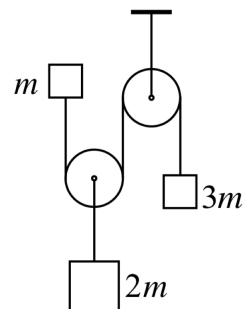
1. От поджатой пружины длиной L_0 отрезали участок длиной ΔL (в недеформированном состоянии), который стали растягивать силой F ($F > F_0$) в невесомости. Найдите длину y этого участка под нагрузкой как функцию силы F и параметров ΔL , k , L_0 .
2. Поджатая пружина, параметры которой удовлетворяют соотношением $f_0 > 1$, $\gamma = 1$, подвешена в поле тяжести к потолку за один из концов. К другому концу присоединяют груз массой $m = \mu M$ ($\mu > f_0$). Чему будет равна длина пружины в положении равновесия? Ответ выразите через параметры L_0 , f_0 , μ .
3. Пусть относительная сила поджатия удовлетворяют неравенству $f_0 < 1$. Пружина подвешена к потолку в поле тяжести за один из концов. Чему равна её длина в положении равновесия? Ответ выразите через параметры L_0 , f_0 , γ .
4. Поджатая пружина подвешена за один конец к потолку. К другому концу присоединяют грузы различной массы, снимая зависимость относительного удлинения $\delta L = \frac{L-L_0}{L_0}$ от относительной массы $\mu = m/M$ грузов (M — масса пружины). Результаты измерений представлены в таблице ниже.

μ	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
δL , %	1,0	4,0	9,0	16,0	25,0	35,0	45,0

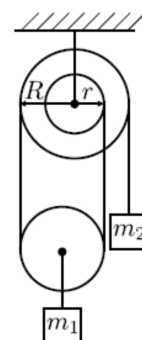
Определите относительную жёсткость γ и относительную силу поджатия f_0 этой пружины.

Занятие 4. Динамика материальной точки и систем со связями I

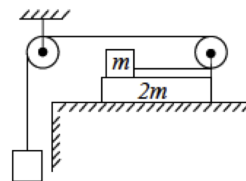
11. (Росатом, 2020, 11) Имеется система из трех тел с массами m , $2m$ и $3m$ и двух невесомых блоков, один из которых неподвижный, второй — подвижный. Тела m и $3m$ привязывают к веревке, которую пропускают через блоки, тело $2m$ привязывают к оси подвижного блока. До некоторого момента тела удерживают, а затем отпускают. Найти ускорения тел.



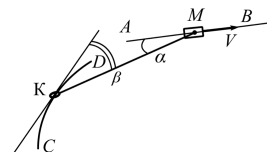
12. Найдите ускорение груза массой m_1 в системе, изображённой на рисунке. Блоки невесомы, нить невесома, нерастяжима и не проскальзывает по верхнему двухступенчатому блоку с радиусами r и R . Один конец нити закреплён на этом блоке, к другому концу прикреплён груз массой m_2 . Участки нити, не лежащие на блоках, вертикальны, трение в осях блоков и о воздух отсутствует. Ускорение свободного падения равно g .



13. (МОШ, 2017, 11) На доске массой $2m$ лежит брусок массой m . Коэффициент трения между доской и столом μ , а между доской и грузом — 4μ . При какой минимальной массе M груза, прикрепленного к вертикальному участку нити, начнётся проскальзывание между доской и бруском?



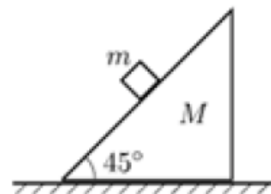
14. (Физтех, 2020, 11) Муфту M двигают со скоростью $V = 68$ см/с по горизонтальной направляющей AB (см. рис.). Кольцо K массой $m = 0,1$ кг, может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1,9$ м. Кольцо и муфта связаны лёгкой нитью длиной $l = 5R/3$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент нить составляет угол α ($\cos \alpha = 15/17$) с направлением движения муфты и угол β ($\cos \beta = 4/5$) с направлением движения кольца.



1. Найти скорость кольца в этот момент.
2. Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
3. Найти силу натяжения нити в этот момент.

Занятие 5. Динамика систем со связями II

15. На гладкой горизонтальной плоскости находится клин массой M с углом 45° при основании. По его наклонной грани может двигаться без трения небольшое тело массой m . Чему должна быть равна и куда направлена горизонтальная сила, приложенная к клину, чтобы ускорение тела массы m было направлено: а) вертикально; б) горизонтально; в) составляло угол 45° с вертикалью? Клин не опрокидывается, ускорение свободного падения равно g .



16. (Физтех, 2021, 11) Клин находится на горизонтальной поверхности стола. Лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через укреплённый на клине лёгкий блок, привязана к небольшому по размерам шару и стене (см. рис.). Систему удерживают в покое, отведя шар в сторону так, что нить составляет угол α ($\cos \alpha = 3/5$) с горизонтом, участок нити CA горизонтален, шар находится на расстоянии H от стола. Затем систему отпускают, она движется, при этом угол наклона нити к горизонту не изменяется.



1. Под каким углом к горизонту направлено ускорение шара? Найти значение любой тригонометрической функции этого угла.
2. Найти ускорение клина. Ответ выразить через ускорение свободного падения g .
3. Найти отношение массы шара к массе клина.
4. Через какое время шар достигнет стола?

Трением в системе пренебречь. Все точки системы перемещаются в вертикальной плоскости. Клин не переворачивается. Шар достигает стола раньше, чем клин доезжает до стены.

17. (МОШ, 2018, 11) На подставку в форме прямой четырёхугольной призмы (в основании ромб $ABCD$, $\angle ABC = \alpha$, боковые грани — прямоугольники) кладут два маленьких груза, связанных тонкой невесомой натянутой нитью, и отпускают их. Трения нет. Массы грузов одинаковы. Середина нити (точка P) движется по диагонали DB . Грузы движутся по прямым линиям симметрично относительно плоскости $BB'D'D$. Найдите модули ускорений грузов и модуль ускорения середины нити. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

