



Данная подборка задач является **примером** того, что будет разбираться на смене. Здесь приведены 2–3 задачи из каждого семинара для того, чтобы вы смогли оценить уровень смены и темы, которые обсуждаются на ней. На самих семинарах будет разобрано гораздо больше задач.

## Занятие 1. Кинематика материальной точки

1. (*Физтех, 2023, 10*) Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.

1. Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.
2. Теннисист посылает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте  $h$  мяч ударится в стенку?

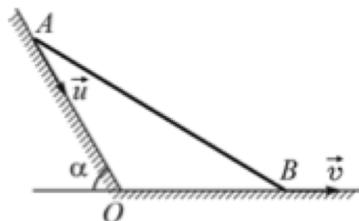
Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. (*Росатом, 2011, 11*) Тело бросили под углом к горизонту. Известно, что время полёта тела равно  $\tau$ , а отношение максимальной и минимальной скоростей тела в процессе движения  $v_{\max}/v_{\min} = k$ . Определите дальность полёта. Сопротивлением воздуха пренебречь.

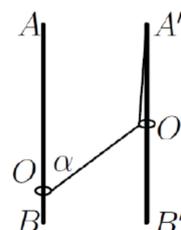
3. С обрыва в горизонтальном направлении бросают камень со скоростью 20 м/с. Определите точку траектории, радиус кривизны которой в восемь раз больше радиуса кривизны в верхней точке.

## Занятие 2. Кинематические связи

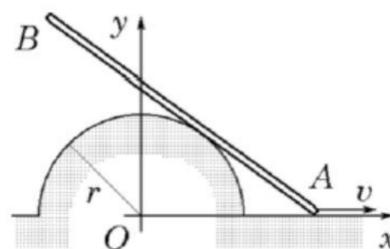
4. (Курчатов, 2015, 10) На двугранном угле находится тонкий стержень, нижний конец которого перемещаются со скоростью  $v$  вдоль горизонтали (см. рисунок). Найдите скорость  $u$  верхнего конца стержня в момент, когда  $OA : OB = 2 : 1$ . Угол  $\alpha = 60^\circ$ . Концы стержня не отрываются от поверхностей двугранного угла.



5. Колечки  $O$  и  $O'$  надеты на вертикально закреплённые стержни  $AB$  и  $A'B'$ . Нерастяжимая нить привязана к кольцу  $O$ , пропущена через кольцо  $O'$  и закреплена в точке  $A'$ . В тот момент, когда  $\angle AOO' = \alpha$ , кольцо  $O'$  движется вниз со скоростью  $V$ . Найти скорость кольца  $O$  в этот момент.



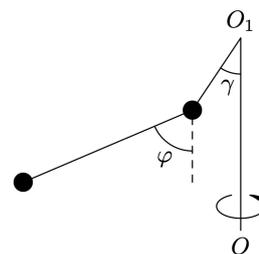
6. Стержень  $AB$  движется в неподвижной плоскости  $Oxy$  так, что его конец  $A$  скользит по оси  $Ox$  со скоростью величины  $v$ . Во время движения стержень опирается на неподвижную окружность радиуса  $r$ , касающуюся оси  $Ox$ . Найдите положение мгновенного центра скоростей стержня, угловую скорость стержня и скорость его точки  $C$ , которой он в данный момент опирается на окружность, в зависимости от  $OA$ .



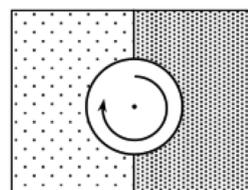
## Занятие 3. Динамика материальной точки

7. (МФТИ, 1993) Во сколько раз отличаются минимальные периоды обращения спутников для Марса и Земли? Масса Марса составляет  $\alpha = 0,11$  массы Земли, а радиус Марса —  $\beta = 0,53$  радиуса Земли.

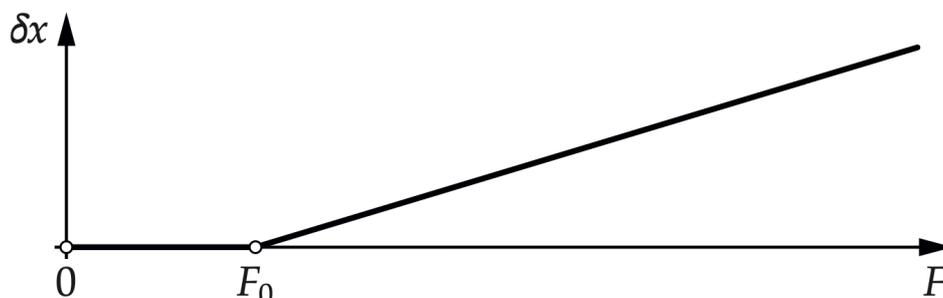
8. (МФТИ, 2003) Вокруг вертикальной оси  $OO_1$  вращается с постоянной угловой скоростью система из двух небольших по размерам шариков различной массы (см. рисунок). Нить, связывающая шарики, в три раза длиннее нити, прикреплённой к верхнему шарикку и оси вращения. Нити составляют углы  $\gamma$  и  $\varphi$  с вертикалью ( $\sin \gamma = 3/5$ ,  $\sin \varphi = 4/5$ ). Найдите отношение сил натяжения верхней и нижней нитей.



9. (Росатом, 2019, 11) Однородный диск раскрутили вокруг его оси до угловой скорости  $\omega$  и положили на границу раздела двух горизонтальных полуплоскостей так, что его центр оказался точно на границе (см. рисунок; вид сверху). Коэффициент трения между диском и одной полуплоскостью  $k$ , между диском и другой полуплоскостью  $2k$ . Найти ускорение центра диска сразу после того, как он оказался на поверхности.



10. (МОШ, 2023, 11) Зависимость относительного удлинения  $\delta x$  поджатой пружины от силы  $F$ , растягивающей её в невесомости, изображена на графике, представленном ниже ( $\delta x = x/L_0$ ,  $L_0$  — начальная длина пружины,  $x$  — удлинение). Пружина не растягивается, пока выполняется неравенство  $F \leq F_0$ , если же сила  $F$  становится больше  $F_0$ , то относительное удлинение  $\delta x$  начинает зависеть от силы  $F$  по линейному закону  $\delta x = \frac{F-F_0}{\varepsilon}$ , где  $\varepsilon = \text{const}$ .



Далее в задаче рассматриваются однородные пружины, для любого участка которых постоянные  $F_0$  и  $\varepsilon$  такие же, как для исходной пружины длиной  $L_0$ . В каждом из пунктов масса пружины обозначается  $M$ . Коэффициентом упругости  $k$  поджатой пружины считается коэффициент пропорциональности между изменением силы и удлинением  $k = \frac{F(x)-F_0}{x}$  при  $F > F_0$ . Во всех пунктах задачи рассматривается статическое равновесие пружин.

Безразмерные параметры  $\gamma = \frac{kL_0}{Mg}$  и  $f_0 = \frac{F_0}{Mg}$  (разные в разных пунктах задачи) характеризуют относительные жёсткость и силу поджатия пружины,  $g$  — ускорение свободного падения.

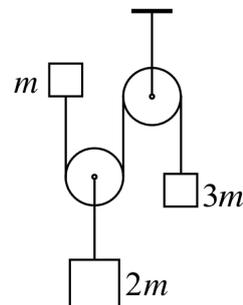
1. От поджатой пружины длиной  $L_0$  отрезали участок длиной  $\Delta L$  (в недеформированном состоянии), который стали растягивать силой  $F$  ( $F > F_0$ ) в невесомости. Найдите длину  $y$  этого участка под нагрузкой как функцию силы  $F$  и параметров  $\Delta L$ ,  $k$ ,  $L_0$ .
2. Поджатая пружина, параметры которой удовлетворяют соотношением  $f_0 > 1$ ,  $\gamma = 1$ , подвешена в поле тяжести к потолку за один из концов. К другому концу присоединяют груз массой  $m = \mu M$  ( $\mu > f_0$ ). Чему будет равна длина пружины в положении равновесия? Ответ выразите через параметры  $L_0$ ,  $f_0$ ,  $\mu$ .
3. Пусть относительная сила поджатия удовлетворяют неравенству  $f_0 < 1$ . Пружина подвешена к потолку в поле тяжести за один из концов. Чему равна её длина в положении равновесия? Ответ выразите через параметры  $L_0$ ,  $f_0$ ,  $\gamma$ .
4. Поджатая пружина подвешена за один конец к потолку. К другому концу присоединяют грузы различной массы, снимая зависимость относительного удлинения  $\delta L = \frac{L-L_0}{L_0}$  от относительной массы  $\mu = m/M$  грузов ( $M$  — масса пружины). Результаты измерений представлены в таблице ниже.

$\mu$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$\delta L$ , %	1,0	4,0	9,0	16,0	25,0	35,0	45,0

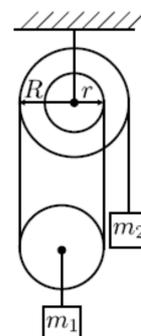
Определите относительную жёсткость  $\gamma$  и относительную силу поджатия  $f_0$  этой пружины.

## Занятие 4. Динамика материальной точки и систем со связями I

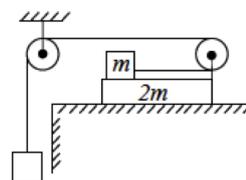
11. (Росатом, 2020, 11) Имеется система из трех тел с массами  $m$ ,  $2m$  и  $3m$  и двух невесомых блоков, один из которых неподвижный, второй — подвижный. Тела  $m$  и  $3m$  привязывают к веревке, которую пропускают через блоки, тело  $2m$  привязывают к оси подвижного блока. До некоторого момента тела удерживают, а затем отпускают. Найти ускорения тел.



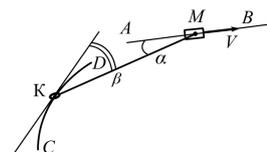
12. Найдите ускорение груза массой  $m_1$  в системе, изображённой на рисунке. Блоки невесомы, нить невесома, нерастяжима и не проскальзывает по верхнему двухступенчатому блоку с радиусами  $r$  и  $R$ . Один конец нити закреплён на этом блоке, к другому концу прикреплён груз массой  $m_2$ . Участки нити, не лежащие на блоках, вертикальны, трение в осях блоков и о воздух отсутствует. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



13. (МОШ, 2017, 11) На доске массой  $2m$  лежит брусок массой  $m$ . Коэффициент трения между доской и столом  $\mu$ , а между доской и грузом —  $4\mu$ . При какой минимальной массе  $M$  груза, прикрепленного к вертикальному участку нити, начнётся проскальзывание между доской и бруском?



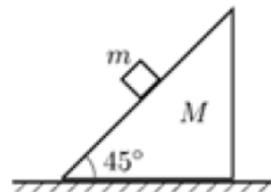
14. (Физтех, 2020, 11) Муфту  $M$  двигают со скоростью  $V = 68$  см/с по горизонтальной направляющей  $AB$  (см. рис.). Кольцо  $K$  массой  $m = 0,1$  кг, может двигаться без трения по проволоке  $CD$  в виде дуги окружности радиусом  $R = 1,9$  м. Кольцо и муфта связаны лёгкой нитью длиной  $l = 5R/3$ . Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент нить составляет угол  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 15/17$ ) с направлением движения муфты и угол  $\beta$  ( $\cos \beta = 4/5$ ) с направлением движения кольца.



1. Найти скорость кольца в этот момент.
2. Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
3. Найти силу натяжения нити в этот момент.

## Занятие 5. Динамика систем со связями II

15. На гладкой горизонтальной плоскости находится клин массой  $M$  с углом  $45^\circ$  при основании. По его наклонной грани может двигаться без трения небольшое тело массой  $m$ . Чему должна быть равна и куда направлена горизонтальная сила, приложенная к клину, чтобы ускорение тела массы  $m$  было направлено: а) вертикально; б) горизонтально; в) составляло угол  $45^\circ$  с вертикалью? Клин не опрокидывается, ускорение свободного падения равно  $g$ .



16. (Физтех, 2021, 11) Клин находится на горизонтальной поверхности стола. Лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через укреплённый на клине лёгкий блок, привязана к небольшому по размерам шару и стене (см. рис.). Систему удерживают в покое, отведя шар в сторону так, что нить составляет угол  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 3/5$ ) с горизонтом, участок нити  $CA$  горизонтален, шар находится на расстоянии  $H$  от стола. Затем систему отпускают, она движется, при этом угол наклона нити к горизонту не изменяется.



1. Под каким углом к горизонту направлено ускорение шара? Найти значение любой тригонометрической функции этого угла.
2. Найти ускорение клина. Ответ выразить через ускорение свободного падения  $g$ .
3. Найти отношение массы шара к массе клина.
4. Через какое время шар достигнет стола?

Трением в системе пренебречь. Все точки системы перемещаются в вертикальной плоскости. Клин не переворачивается. Шар достигает стола раньше, чем клин доезжает до стены.

17. (МОШ, 2018, 11) На подставку в форме прямой четырёхугольной призмы (в основании ромб  $ABCD$ ,  $\angle ABC = \alpha$ , боковые грани — прямоугольники) кладут два маленьких груза, связанных тонкой невесомой натянутой нитью, и отпускают их. Трения нет. Массы грузов одинаковы. Середина нити (точка  $P$ ) движется по диагонали  $DB$ . Грузы движутся по прямым линиям симметрично относительно плоскости  $BB'D'D$ . Найдите модули ускорений грузов и модуль ускорения середины нити. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

