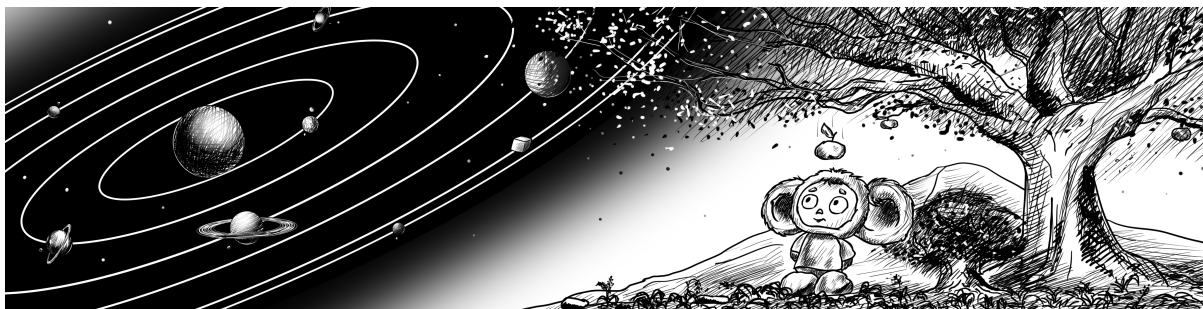


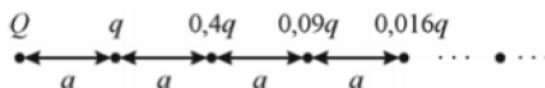


Данная подборка задач является **примером** того, что будет разбираться на смене. Здесь приведены 2–3 задачи из каждого семинара для того, чтобы вы смогли оценить уровень смены и темы, которые обсуждаются на ней. На самих семинарах будет разобрано гораздо больше задач.

Занятие 1. Закон Кулона.

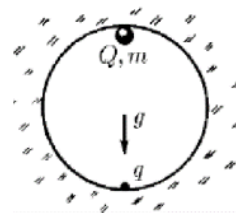
Динамика и статика с законом Кулона

1. Найдите модуль электростатической силы, действующей на точечный заряд Q в бесконечной системе точечных зарядов, изображённой на рисунке. Все заряды закреплены в вакууме на одной прямой, имеют одинаковый знак, расстояния между соседними зарядами одинаковы и равны a .

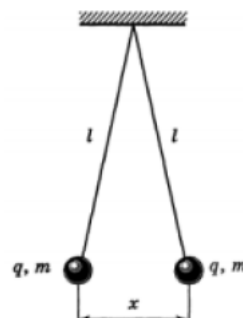


2. В одной из моделей молекулярного иона водорода H_2^+ полагается, что электрон движется по круговой орбите, лежащей в плоскости, перпендикулярной линии, соединяющей протоны. Расстояние между протонами равно r , заряд электрона — e , его масса — m . Найдите скорость, с которой движется электрон.

3. Какой минимальный заряд q нужно закрепить в нижней точке сферической полости радиусом R , чтобы в поле силы тяжести небольшой шарик массой m и зарядом Q находился в верхней точке этой полости в положении устойчивого равновесия?

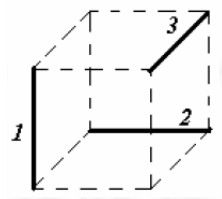


4. Два одинаковых маленьких шарика массой m и зарядом q каждый висят на нитях одинаковой длины l на расстоянии $x \ll l$ (рис. 1). Из-за медленной утечки заряда по нити величина заряда каждого шарика изменяется со временем t по закону $q = q_0(1 - at)^{3/2}$ (где a — постоянная), а шарики сближаются. Величины q_0 , m , a , l заданы. Найдите скорость $v = \Delta x / \Delta t$ сближения шариков.



Занятие 2. Принцип суперпозиции I. Симметрия, эквивалентность поля отрезка и дуги окружности

5. Имеются три одинаковых неподвижных тонких заряженных нити 1, 2, 3 расположенных на ребрах воображаемого куба. Длина нитей l . Нити равномерно заряжены, заряд каждой Q . Определите напряженность электрического поля в центре куба.

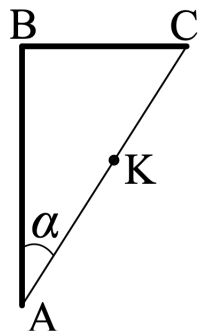


6. В вершинах правильного N -угольника расположены последовательно электрические заряды, величины которых образуют геометрическую прогрессию со знаменателем 2 и равны $q, 2q, \dots, 2^{N-1}q$. Расстояние от центра многоугольника до любой из его вершин равно R . Найдите величину E напряжённости электрического поля в центре многоугольника.

7. Найдите точку внутри проволочного равномерно заряженного по длине непроводящего треугольника, в которой на пробный заряд q не будет действовать сила Кулона. Решите аналогичную задачу для четырёхугольника для которого известно, что суммы длин противоположных сторон одинаковы.

Занятие 3. Принцип суперпозиции II. Теорема Гаусса, нормальная компонента электрического поля, метод подобия

8. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B . На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B .

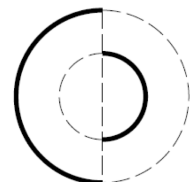


1. Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряжённость электрического поля в точке K на середине отрезка AC , если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

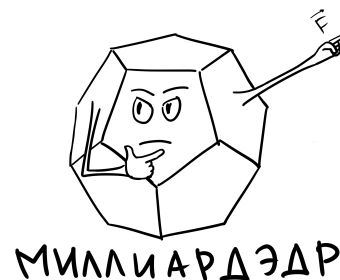
2. Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$ соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найдите напряжённость электрического поля в точке K на середине отрезка AC .

9. Найдите распределение объёмной плотности электрического заряда в шаре радиуса R . Напряжённость электрического поля E_0 в шаре направлена вдоль его радиуса и не меняется по модулю. Решите аналогичную задачу для бесконечного цилиндра радиуса R .

10. Найдите силу взаимодействия двух непроводящих полусфер радиусами R и r с зарядами Q и q соответственно, распределёнными равномерно по поверхностям полусфер. Центры и плоскости максимальных сечений полусфер совпадают.

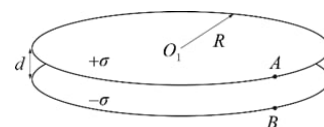


11. Дан равномерно заряженный правильный многогранник с длиной ребра a , составленный из m тонких одинаковых диэлектрических пластин (граней), толщина которых пренебрежимо мала по сравнению с размером a . Полный заряд многогранника равен Q . Найдите силу F электростатического отталкивания, действующую на каждую пластину. Рассмотреть случаи возможных правильных многогранников.



Занятие 4. Потенциал электростатического поля. Энергия взаимодействия зарядов

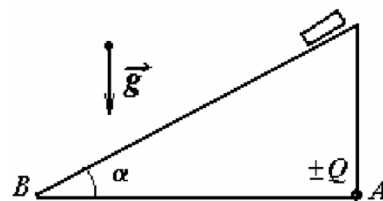
12. Две круглые непроводящие пластины радиуса R располагаются параллельно на малом расстоянии d ($d \ll R$) друг от друга, образуя плоский конденсатор. Пластины заряжены равномерно с поверхностными плотностями заряда $+\sigma$ и $-\sigma$. Точки O_1 и O_2 — центры пластин. Точки A и B находятся на краях пластин. Отрезки O_1O_2 и AB перпендикулярны плоскостям пластин. Найдите разности потенциалов между парами точек:



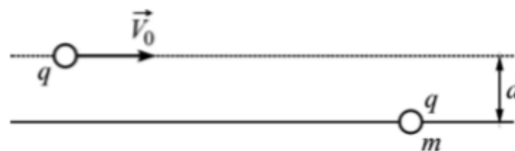
1. O_1 и O_2 ;
2. A и B ;
3. O_1 и A .

13. Пирамида $SABCD$ высотой H равномерно заряжена по объему. Потенциал в точке S равен φ_0 . От этой пирамиды плоскостью, параллельно основанию, отрезают пирамиду $SA'B'C'D'$ высотой h и удаляют ее на бесконечность. Найдите потенциал φ в той точке, где находилась вершина S исходной пирамиды.

14. Положительно заряженный брусок соскальзывает с верхней точки наклонной плоскости неподвижной призмы высотой h и углом $\alpha = \pi/4$. В вершине призмы A находится неподвижный точечный заряд $+Q$. В точке B у основания призмы скорость бруска равна v_0 . Чему будет равна скорость бруска в точке B , если в вершине поместить заряд $-Q$? Считайте, что в процессе движения брусок от плоскости не отрывается. Коэффициент трения бруска о плоскость μ .

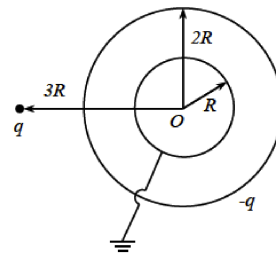


15. По длинному непроводящему стержню может без трения перемещаться бусинка массой m и зарядом q . Вдоль стержня на расстоянии d от него перемещают с постоянной скоростью v_0 точечный заряд q . Считая, что в начальный момент бусинка покоилась и была бесконечно удалена от точечного заряда, определите максимальную скорость $v_{\max}$ бусинки. Постройте график зависимости $v_{\max}$ от v_0 .



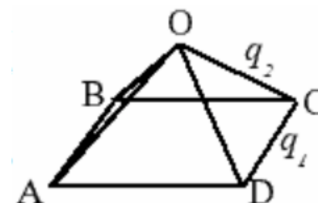
Занятие 5. Проводники. Ёмкость конденсаторов

16. Система состоит из двух концентрических проводящих сфер — внутренней радиусом R , внешней радиусом $2R$ — и точечного заряда q ($q > 0$), который находится на расстоянии $3R$ от точки O . Внешняя сфера имеет заряд $-q$. Внутреннюю сферу заземляют (см. рис.).

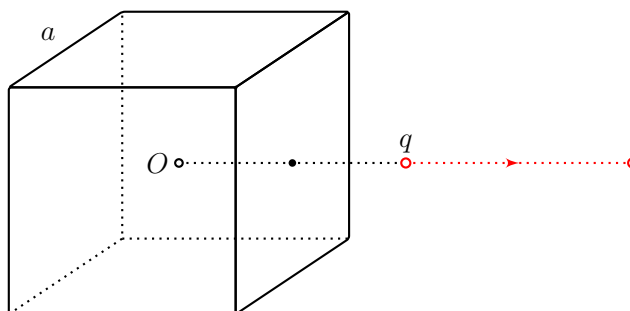


1. Чему равен заряд, индуцируемый на поверхности внутренней сферы?
2. Какой заряд индуцируется на внутренней поверхности сферы радиусом R ?
3. Какой заряд индуцируется на внутренней поверхности сферы радиусом $2R$?
4. Как он распределится: равномерно или неравномерно?

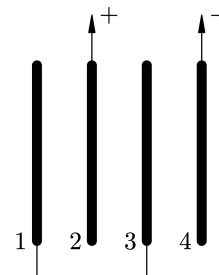
17. Незаряженный проволоочный каркас имеет форму пирамиды ($ABCD$ — квадрат, точка O лежит над его серединой). Каркас поместили в однородное электрическое поле напряженностью E , направленное вдоль AD . При этом на ребре DC индуцировался заряд q_1 , а на ребре OC — заряд q_2 . Затем каркас развернули так что, поле стало направлено по диагонали квадрата AC . Найдите заряды, индуцированные на каждом ребре каркаса в этом случае.



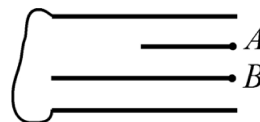
18. На расстоянии $2a$ от центра заземленного проводящего сплошного кубика со стороной a на линии, проходящей через центр кубика и центр другой грани, располагается точечный заряд q . Заряд медленно перемещают вдоль этой прямой так, что расстояние становится равным $6a$, совершая механическую работу A . Чему равно изменение энергии взаимодействия точечного заряда с индуцированными зарядами на поверхности кубика?



19. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях d друг от друга (см. рис.). Площадь каждой из пластин равна S . Пластина 1 соединена проводником с пластиной 3, от пластин 2 и 4 сделаны выводы. Определите ёмкость такого сложного конденсатора. Расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами.

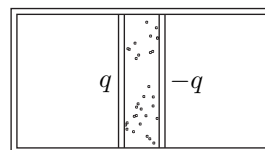


20. Электрическая ёмкость плоского конденсатора, состоящего из двух одинаковых параллельных друг другу пластин, находящихся на расстоянии d , равна C . Четыре такие пластины расположили параллельно друг другу на расстоянии d , соединив две внешние пластины тонким проводом. От одной из внутренних пластин отрезали и удалили половину. Какова ёмкость такой системы проводников, если её измеряют между указанными на рисунке точками A и B ?



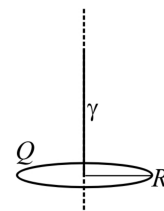
Занятие 6. Плотность энергии электрического поля

21. Два диска, по которым равномерно распределены заряды q и $-q$, могут двигаться без трения в длинном непроводящем теплоизолированном цилиндре, расположенном горизонтально (см. рис.). Расстояние между дисками много меньше их радиуса. Между дисками находится некоторое количество гелия, за дисками газа нет, система находится в равновесии. Заряды дисков мгновенно уменьшают вдвое, после чего ожидают прихода системы в равновесие. Пренебрегая теплообменом, найдите, во сколько раз изменятся температура газа и расстояние между дисками.



22. Распространено мнение, что тела с одноимёнными зарядами всегда отталкиваются друг от друга. Вовсе нет! Такой эффект наблюдается далеко не всегда. Представьте себе, что сплошной металлический шар радиуса R распилили пополам, а получившиеся половины сблизил плоскими сторонами так, что зазор d между ними оказался предельно мал ($d \ll R$). Найдите силу электростатического взаимодействия полушарий с одноимёнными зарядами q_1 и q_2 . При каком отношении зарядов они будут притягиваться?

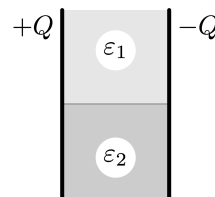
23. Тонкое кольцо радиусом R заряжено зарядом Q , равномерно распределённым по кольцу. Вдоль оси кольца расположена очень длинная нить, начинающаяся в его центре и равномерно заряженная с линейной плотностью заряда γ (см. рис.). Найти модуль силы электростатического взаимодействия нити с кольцом.



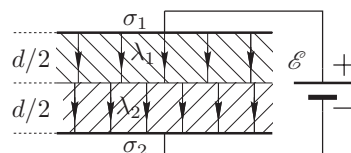
Занятие 7. Диэлектрики.

Токи в неограниченных средах

24. Две одинаковые половины плоского конденсатора заполнены разными диэлектриками с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 (см. рис.). Заряд на обкладках конденсатора равен Q . Определите величину и знак связанного (поляризационного) заряда верхнего диэлектрика у левой обкладки конденсатора.



25. Плоский конденсатор с расстоянием между обкладками d подсоединен к источнику постоянного тока с ЭДС, равной $\mathcal{E}$ (см. рис.). Конденсатор заполнен двумя слоями слабопроводящих сред с разными значениями проводимости λ_1 и λ_2 . Оба слоя находятся в электрическом контакте между собой и с пластинами конденсатора. Толщина каждого слоя $d/2$, диэлектрическая проницаемость обоих слоев равна 1. Найдите:

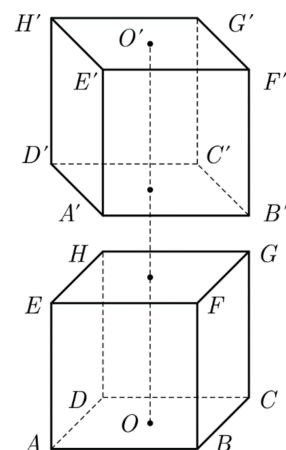


1. Поверхностную плотность σ_1 и σ_2 зарядов на пластинах конденсатора.
2. Поверхностную плотность σ заряда в плоскости контакта слоев.

26. Дирижабль завис над гористой местностью. Из-за естественной ионизации у воздуха имеется некоторая проводимость. Электрический заряд дирижабля уменьшается в два раза за каждые $\tau = 10$ мин. Найдите удельное сопротивление ρ воздуха.

Занятие 8. RC -цепочки

27. Два одинаковых проводящих кубика с общей осью OO' расположены таким образом, что ребра AD и $A'D'$ составляют угол $\pi/4$ друг с другом (см. рис.). Нижнему и верхнему кубикам сообщены заряды $+3q$ и $-q$ соответственно, при этом разность потенциалов кубиков равна $\Delta\varphi$. Кубики соединяют тонким проводником.



1. Какой заряд и в каком направлении протечёт по этому проводнику?
2. Какое количество теплоты при этом выделится?
3. Чему будет равна разность потенциалов кубиков, если их зарядить, сообщив им заряды $+q$ и $-q$?

28. В схеме заряд конденсатора C известной емкости равен Q_0 . Ключ замкнут. Зависимость от времени заряда Q_1 на конденсаторе C_1 неизвестной емкости изображена на графиках. Найдите емкость конденсатора C_1 и сопротивления резисторов R_1 и R_2 . Время τ известно.

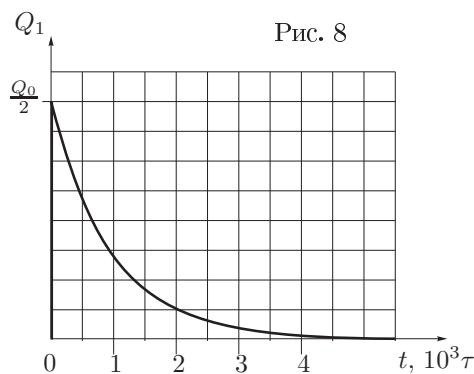
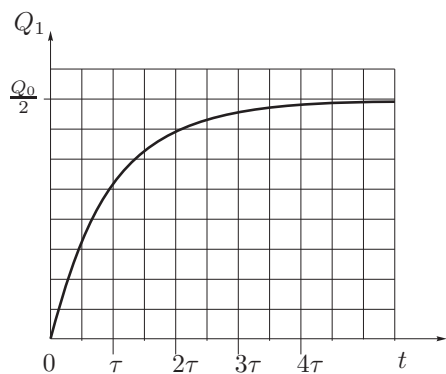
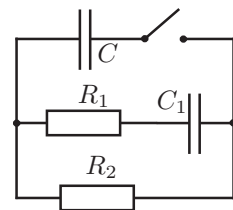
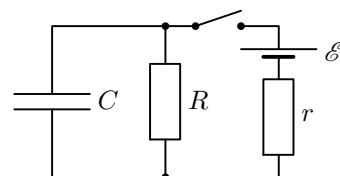


Рис. 8

29. В схеме, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными, параметры элементов указаны на рисунке. До замыкания ключа ток в цепи отсутствовал. Ключ замыкают на некоторое время, а затем размыкают. Оказалось, что величина тока через конденсатор непосредственно перед размыканием ключа и сразу после размыкания ключа одинакова. Какое количество теплоты выделилось в цепи после размыкания ключа?



Занятие 9. Резерв

Резервное занятие, на котором мы завершим изучение RC -цепей и ответим на вопросы, которые могли возникнуть у ребят в последние дни смены.