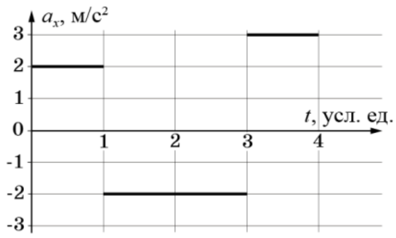
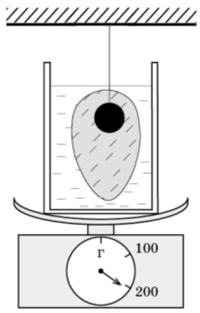
9 класс

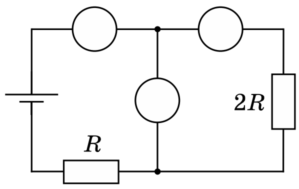


Задача 1. До остановки. Две частицы движутся вдоль оси OX. Зависимости их ускорений a_x от времени оказались одинаковыми (см. рис.). За все время наблюдений проекция скорости υ_x каждой из частиц ровно один раз обращалась в ноль, а пройденные ими пути отличались на $\Delta S = 16$ см. Определите пути S_1 и S_2, пройденные частицами, и время τ их движения.

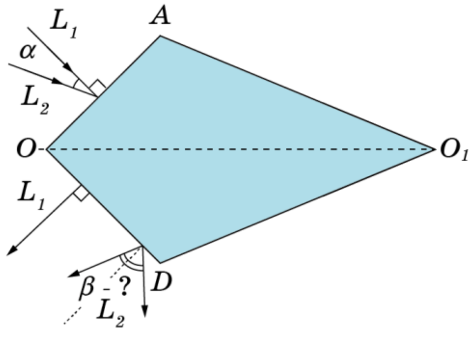


Задача 2. «Наморозили». На весах установлен калориметр с водой при температуре $t_0 = 0^\circ$С. Весы показывают при этом $m_1 = 100$ г. В воду опускают стальной шарик, закрепленный на нити, с намерзшим на нем толстым слоем льда, который полностью погружен в воду. Показания весов увеличиваются до значения $m_2 = 201{,}3$ г. После установления теплового равновесия в калориметре (на этом этапе теплообменом с окружающей средой можно пренебречь), показания весов ещё немного возрастают до $m_3 = 204{,}45$ г. Через большой промежуток времени, когда содержимое калориметра нагрелось до комнатной температуры, весы показали $m_4 = 191{,}3$ г. Определите массу $m_с$ стального шарика, массу $m_л$ льда на нём перед опусканием в калориметр, их температуру t перед погружением в воду. Удельная теплоемкость стали $c_с = 450$ Дж/кг·°С, удельная теплоемкость льда $c_л = 2100$ Дж/кг·°С удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4\cdot10^5$ Дж/кг, плотность стали $\rho_с = 7800$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

Задача 3. Пропавшие приборы. Миша собрал электрическую цепь, состоящую из идеального источника, двух резисторов, двух амперметров и одного вольтметра. Но второпях он забыл расставить на схеме обозначения приборов, зато точно запомнил, что один из амперметров показывал силу тока $I = 1{,}0$ мА, а вольтметр – напряжение $U = 1{,}2$ В. Восстановите обозначения приборов. Дайте обоснование. Определите показания второго амперметра, сопротивления резисторов и напряжение источника U_0. Все приборы можно считать идеальными.

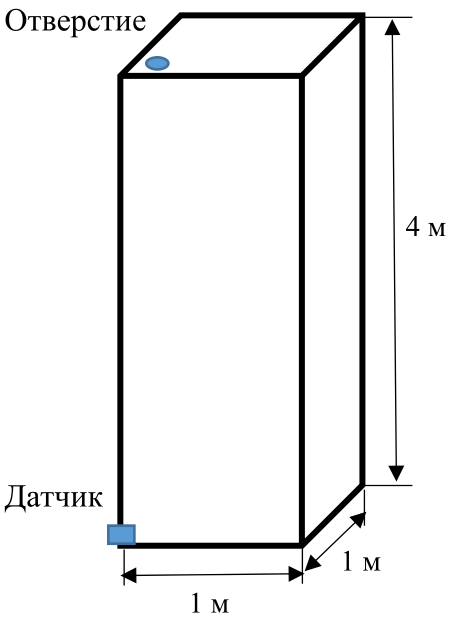


Задача 4. Тетрагон. Основание стеклянной призмы имеет форму четырёхугольника OAO_1D (см. рисунок). Угол AOD – прямой. Призма симметрична относительно плоскости, содержащей OO_1 и перпендикулярной основанию. Луч L_1 нормально падает на грань OA и после отражений на гранях DO_1 и AO_1 выходит через грань OD так же под прямым углом к ней. Луч L_2 падает на грань OA под углом α к нормали. Под каким углом β относительно нормали к грани OD он выйдет из призмы после отражений на гранях DO_1 и AO_1? Все лучи и перпендикуляры к граням призмы лежат в плоскости OAO_1D.



22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 5. «Гидростатический черный ящик». Имеется прямоугольный сосуд размерами 1x1x4 (м). В верхней крышке сосуда есть отверстие. В нижней части сосуда вплотную ко дну смонтирован миниатюрный датчик давления. Внутри сосуда может быть расположено произвольное число перегородок и закрытых ими полостей. Каждая перегородка имеет пренебрежимо малый объем и расположена горизонтально или вертикально. Все вертикальные перегородки параллельны одной и той же стенке сосуда.

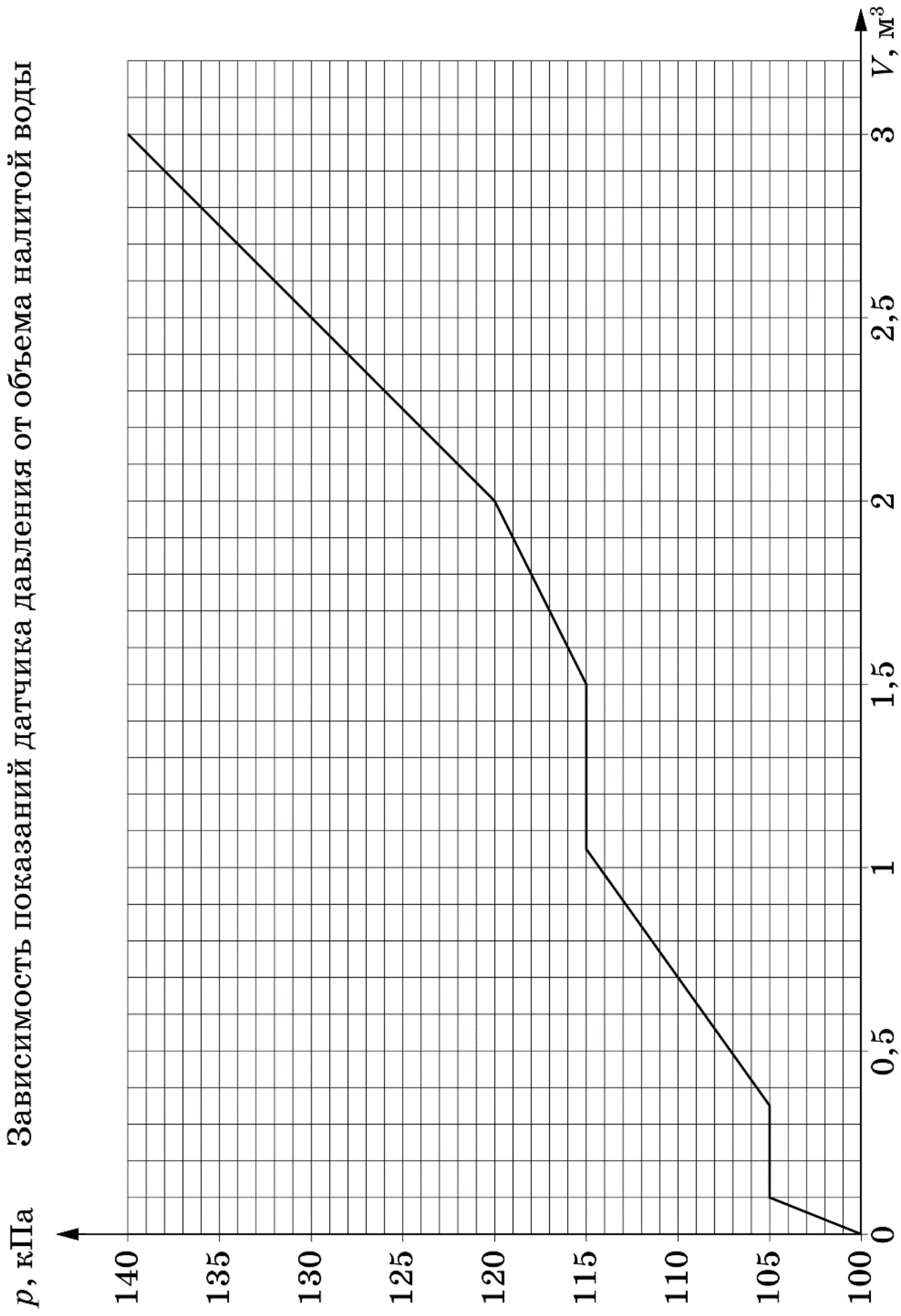


Через верхнее отверстие в сосуд медленно заливают воду, снимая при этом зависимость показаний датчика давления от объема налитой воды. Полученная зависимость представлена на графике. Проанализируйте ее и нарисуйте на выданном вам листе возможную схему расположения перегородок в сосуде, соответствующую данному графику (достаточно любой одной схемы из множества возможных). На схеме укажите масштаб и все характерные размеры. Поясните, каким образом вы получили эти размеры и определили характерные особенности расположения перегородок.

Считайте g = 10 м/с^2, плотность воды ρ = 1 000 кг/м^3, атмосферное давление p_0 = 100 кПа.

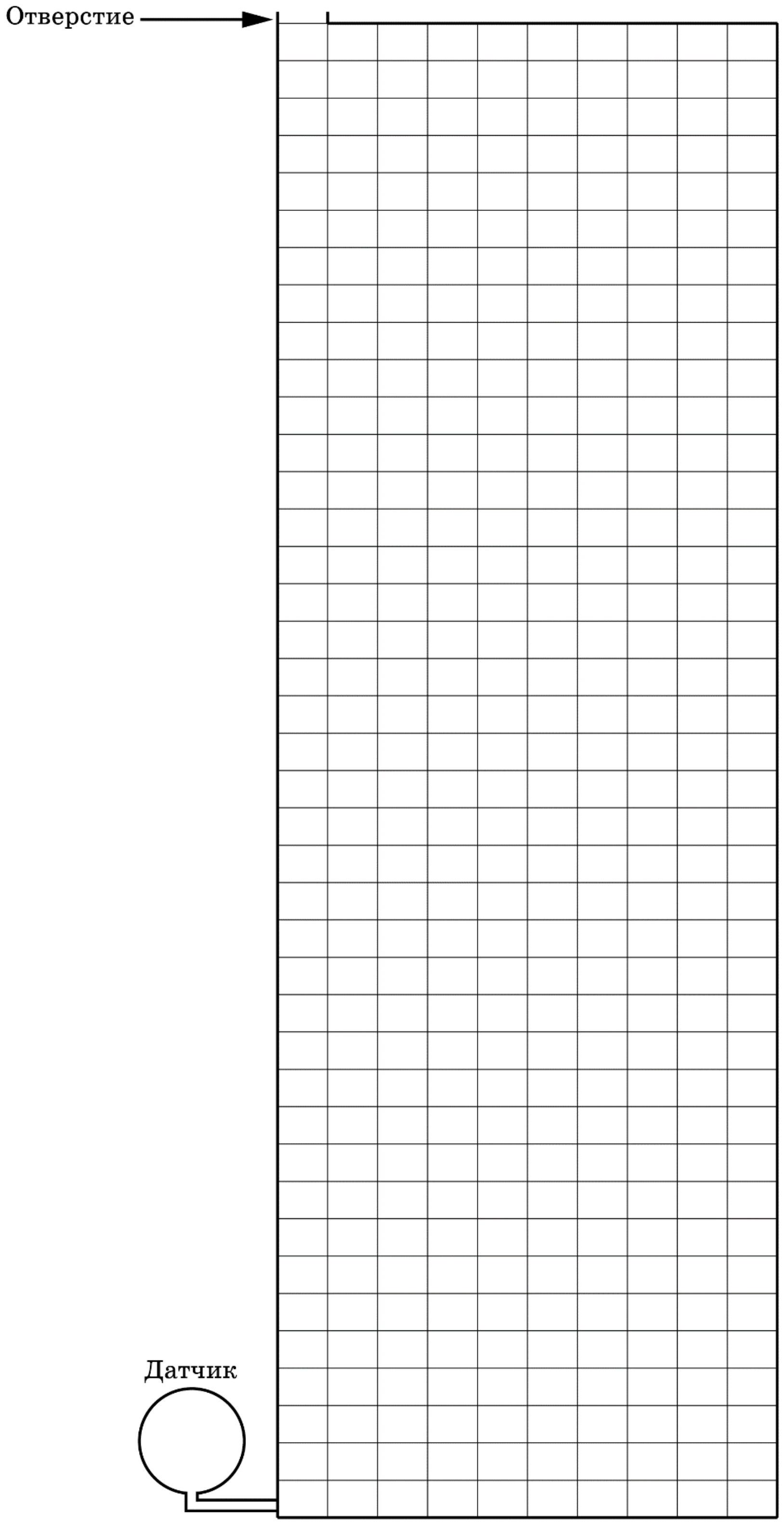
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

График для задачи 4 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

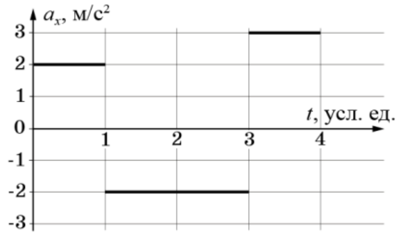
**Заготовку для схемы задачи 4 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!**



22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

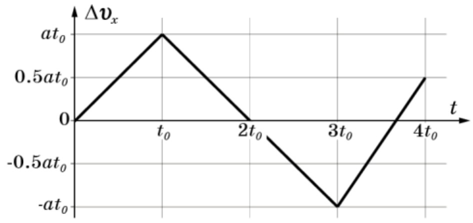
9 класс

Задача 1. До остановки. Две частицы движутся вдоль оси OX. Зависимости их ускорения a_x от времени оказалась одинаковыми (см. рис.). За все время наблюдений проекция скорости v_x каждой из частиц ровно один раз обращалась в ноль, а пройденные ими пути отличались на ΔS = 16 см. Определите пути S1 и S2, пройденные частицами, и время τ их движения.

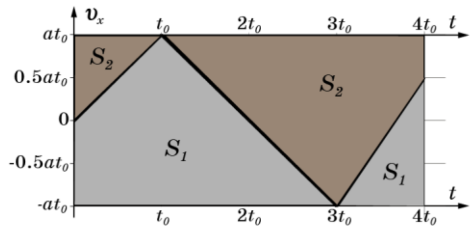


Возможное решение

Обозначим за t_0 и a время движения и ускорение на первом участке. Построим график изменения скорости от времени $\Delta v(t)$ (см. рис.). Отметим, что единственная остановка (v = 0) за время наблюдения будет если сместить график на $v_0 = \pm at_0$. В других случаях будет две или три остановки.



Совместим на одном графике две площади, соответствующие путям двух частиц. Вычисление площадей даст:

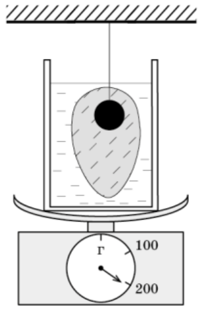


$S_1 = 4{,}25at_0^2$

$S_2 = 3{,}75at_0^2$

$\Delta S = 0{,}5at_0^2 = 16$ см

Откуда $t_0 = 0{,}4$ с, всё время движения $\tau = 4t_0 = 1{,}6$ с; $S_1 = 1{,}36$ м; $S_2 = 1{,}2$ м.



Задача 2. «Наморозили». На весах установлен калориметр с водой при температуре $t_0 = 0^\circ$C. Весы показывают при этом $m_1 = 100$ г. В воду опускают стальной шарик, закрепленный на нити с намерзшим на нем толстым слоем льда, который полностью погружен в воду. Показания весов увеличивается до значения $m_2 = 201{,}3$ г. После установления теплового равновесия в калориметре (на этом этапе теплообменом с окружающей средой можно пренебречь), показания весов ещё немного возрастают до $m_3 = 204{,}45$ г. Через большой промежуток времени, когда содержимое калориметра нагрелось до комнатной температуры, весы показали $m_4 = 191{,}3$ г. Определите массу $m_с$ стального шарика, массу $m_л$ льда на нём перед опусканием в калориметр, их температуру t перед погружением в воду. Удельная теплоемкость стали $c_с = 450$ Дж/кг·˚С, удельная теплоемкость льда $c_л = 2100$ Дж/(кг·˚С) удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4\cdot10^5$ Дж/кг, плотность стали $\rho_с = 7800$ кг/м^3, льда $\rho_л = 900$ кг/м^3, воды $\rho_в = 1000$кг/м^3.

Возможное решение.

Показания весов при погружении тела на нити увеличиваются за счёт силы Архимеда действующей на это тело. Поэтому сразу после опускания шарика со льдом в воду:

$$m_2 = m_1 + \left(\frac{m_с}{\rho_с} + \frac{m_л}{\rho_л}\right)\rho_в \qquad (1)$$

После установления теплового равновесия показания весов увеличились из-за дополнительно намёрзшего льда массой $\Delta m_л$. При этом в сосуде устанавливается температура 0°С и можно записать уравнение теплового баланса:

$$\Delta m_л\lambda + (c_с m_с + c_л m_л)t = 0 \qquad (2)$$

Показания весов при этом увеличатся:

$$m_3 - m_2 = \frac{\Delta m_л}{\rho_л}\rho_в - \Delta m_л = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}\Delta m_л \qquad (3)$$

После того как весь лёд растает показания весов P_4 по сравнению с P_2 уменьшатся из-за уменьшения силы Архимеда, но увеличатся за счёл увеличения количества воды на $m_л$:

$$m_2 - m_4 = \frac{m_л}{\rho_л}\rho_в - m_л = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}m_л \qquad (4)$$

Из этого уравнения получаем начальную массу льда:

$$m_л = \frac{m_2 - m_4}{\rho_в - \rho_л}\rho_л = 90 \text{ г}$$

Теперь из уравнения (1) можно найти массу стального шарика:

$$m_с = \frac{\rho_с}{\rho_в}\left(m_2 - m_1 - \frac{m_л}{\rho_л}\rho_в\right) \approx 10{,}1 \text{ г}$$

Из (3) находим массу дополнительно намёрзшего льда:

$$\Delta m_л = (m_3 - m_2)\frac{\rho_л}{\rho_в - \rho_л} \approx 28{,}4 \text{ г}$$

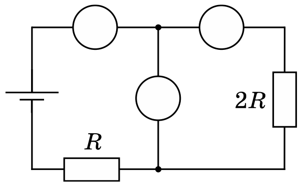
Наконец, из (2) определим начальную температуру льда и шарика:

$$t = -\frac{\Delta m_л \lambda}{c_с m_с + c_л m_л} \approx -49{,}9°\text{C}$$

Примечание. При подстановке численных значений в условие плавания получается, что лёд с шариком должен всплывать. Но, во-первых, в условии задачи оговорено, что шарик со льдом полностью погружены в воду, и участники олимпиады должны исходить из этого. Во-вторых, даже если лед с шариком плавают, то лед выступает из воды лишь на малую часть своего объема, и это практически не влияет на численный ответ (получается разница ~1%).

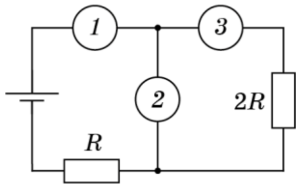
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

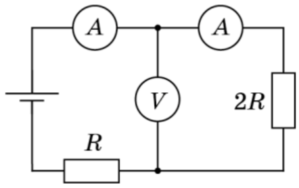
Задача 3. Пропавшие приборы. Миша собрал электрическую цепь, состоящую из идеального источника, двух резисторов, двух амперметров и одного вольтметра. Но второпях он забыл расставить на схеме обозначения приборов, зато точно запомнил, что один из амперметров показывал силу тока I = 1,0 мА, а вольтметр – напряжение U = 1,2 В. Восстановите обозначения приборов. Дайте обоснование. Определите показания второго амперметра, сопротивления резисторов и напряжение источника U_0. Все приборы можно считать идеальными.



Возможное решение.

Прежде всего, определим, где какой прибор подключен. Если в положении «1» будет стоять идеальный вольтметр, то цепь будет разомкнута и показания амперметров будут нулевыми, что не удовлетворяет условиям задачи. Значит в положении «1» стоит амперметр. Теперь если в положение «3» поставить вольтметр, а в «2» поставить другой амперметр, то последний закоротит участок цепи с вольтметром. Тогда показания вольтметра будут нулевыми, что не удовлетворяет условиям задачи.





Значит, правильная схема приведена на нижнем рисунке.

В этой схеме амперметры подключены последовательно. Это означает, что их показания одинаковы и равны общему току в цепи:

$I_{A1} = I_{A2} = I = 1{,}0 мА$

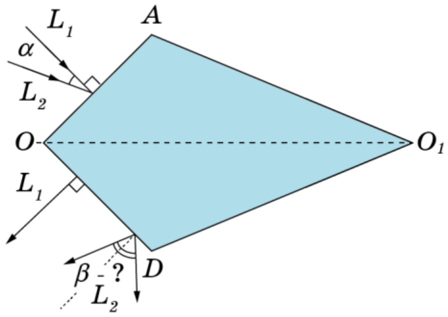
Такой же ток течёт через резистор 2R, напряжение на нём показывает вольтметр. По закону Ома $2R = \frac{U}{I} = 1200$ Ом, и R = 600 Ом.

Сила тока через резистор R так же равна I, следовательно, падение напряжения на нём $U_R = IR = 0{,}6 В$

Напряжение источника равно сумме падений напряжений на резисторах.

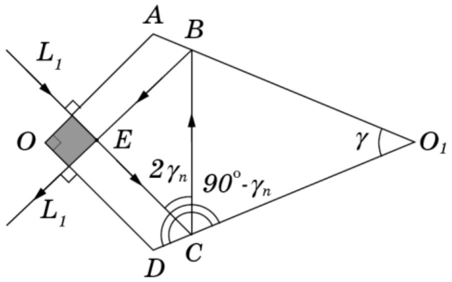
$U_0 = U_R + U_{2R} = 1{,}8 В$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

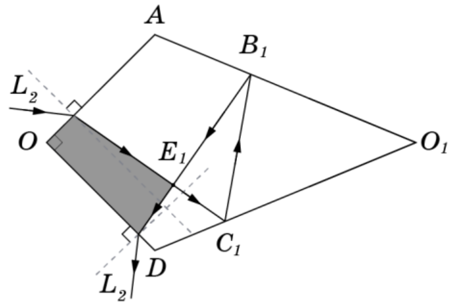


Задача 4. Тетрагон. Основание стеклянной призмы имеет форму четырёхугольника OAO_1D (см. рисунок). Угол AOD – прямой. Призма симметрична относительно плоскости, содержащей OO_1 и перпендикулярной основанию. Луч L_1 нормально падает на грань OA и после отражений на гранях DO_1 и AO_1 выходит через грань OD так же под прямым углом к ней. Луч L_2 падает на грань OA под углом α. Под каким углом β относительно нормали к грани OD он выйдет из призмы после отражений на гранях DO_1 и AO_1? Все лучи и перпендикуляры к граням призмы лежат в плоскости OAO_1D.

Возможное решение.



Построим ход L_1. Нормально падающие лучи не преломляются на границе раздела сред. Значит, ход лучей симметричен относительно OO_1, и луч дважды пересекает эту линию в точке E. Треугольник BEC прямоугольный и равнобедренный, значит углы EBC и ECB по 45°, значит углы падения и отражения лучей на гранях будут по $\gamma_п = 22{,}5°$. Тогда, из четырёхугольника EBO_1C угол $\gamma = 45°$.



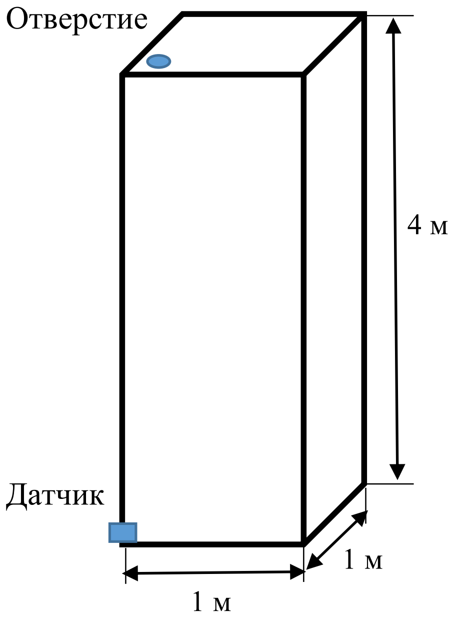
Построим ход отклонённого луча. Отметим, что сумма углов AB_1C_1 и DC_1B_1 равна сумме углов ABC и DCB (сумма углов в четырехугольниках одинакова). Следовательно, сумма углов $E_1B_1O_1$ и $E_1C_1O_1$ равна сумме углов EBO_1 и ECO_1. Значит, лучи по-прежнему пересекаются в призме под прямыми углами.

С учётом вышесказанного, принимая во внимание равенство суммы углов в «серых» четырёхугольниках, можно заключить, что угол, под которым преломился L_2 на грани OA равен углу, под которым он упал на грань OD. Значит, по закону Снеллиуса, угол под которым луч выйдет из грани OD равен углу, под которым он упал на грань OA.

Заметим, что от показателя преломления стекла ответ не зависит.

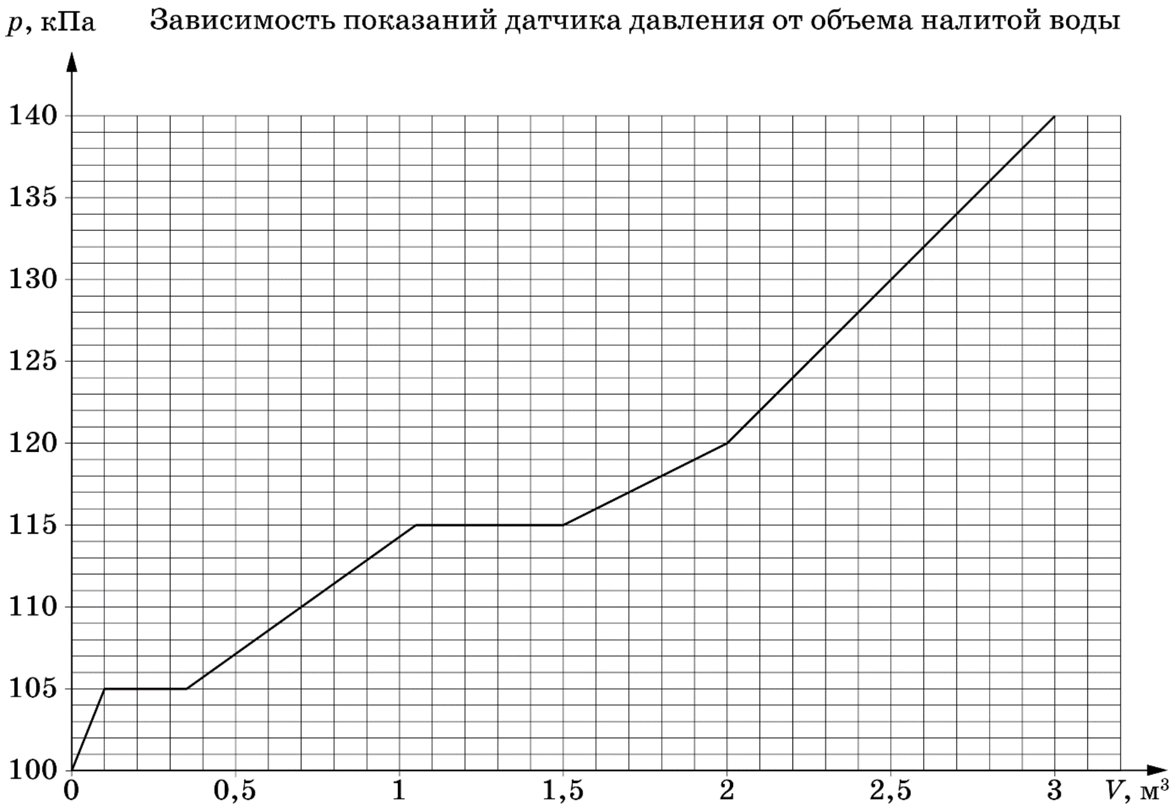
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 5. «Гидростатический черный ящик». Имеется прямоугольный сосуд размерами 1х1х4 метра. В верхней крышке сосуда есть отверстие. В нижней части сосуда вплотную ко дну смонтирован миниатюрный датчик давления. Внутри сосуда может быть расположено произвольное число перегородок и закрытых ими полостей. Каждая перегородка имеет пренебрежимо малый объем и расположена горизонтально или вертикально. Все вертикальные перегородки параллельны одной и той же стенке сосуда.



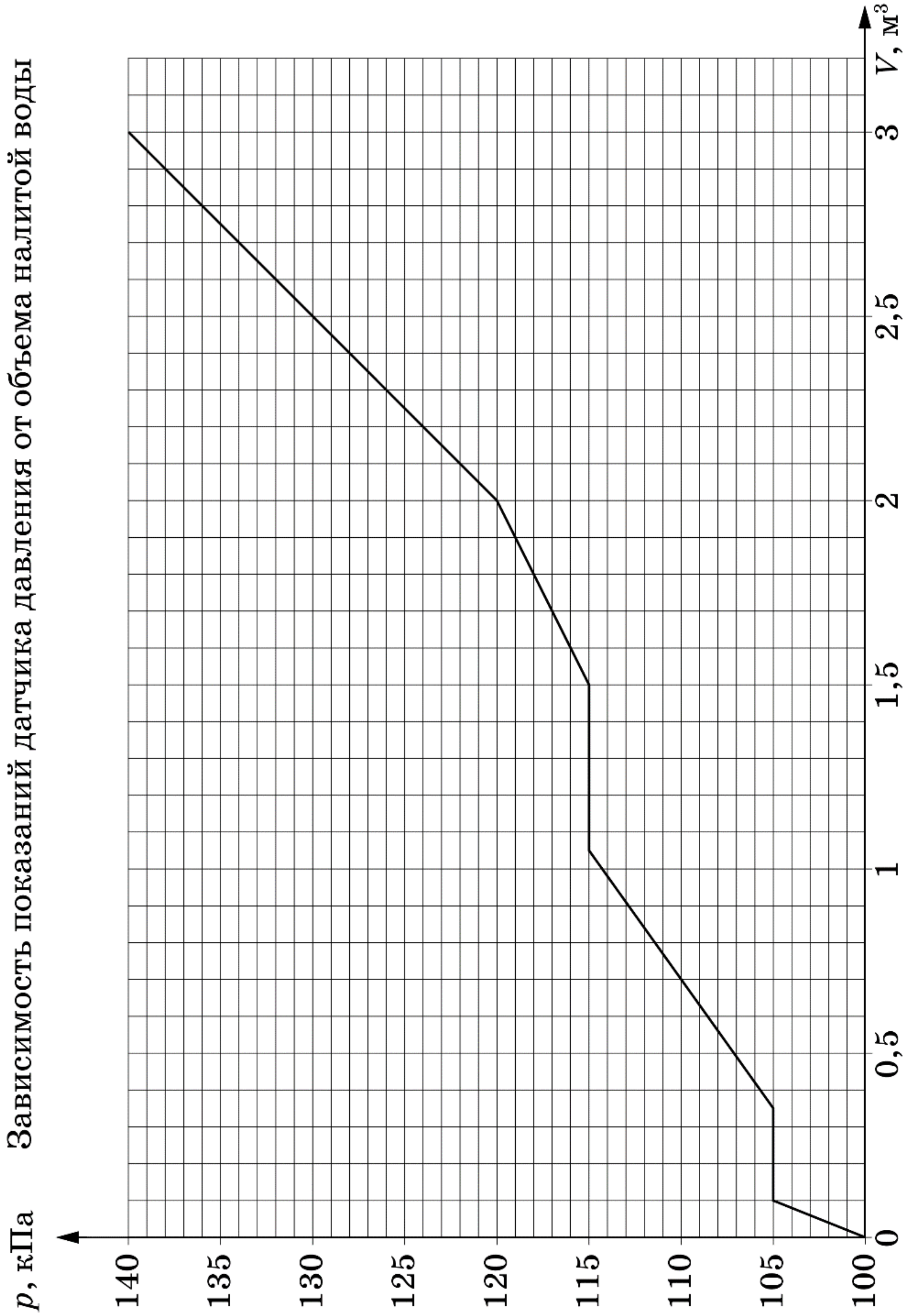
Через верхнее отверстие в сосуд медленно заливают воду, снимая при этом зависимость показаний датчика давления от объема налитой воды. Полученная зависимость представлена на графике. Проанализируйте ее и нарисуйте на выданном вам листе возможную схему расположения перегородок в сосуде, соответствующую данному графику (достаточно любой одной схемы из множества возможных). На схеме укажите масштаб и все характерные размеры. Поясните, каким образом вы получили эти размеры и определили характерные особенности расположения перегородок.

Считайте g = 10 м/с^2, плотность воды ρ = 1 000 кг/м^3, атмосферное давление p_0 = 100 кПа.



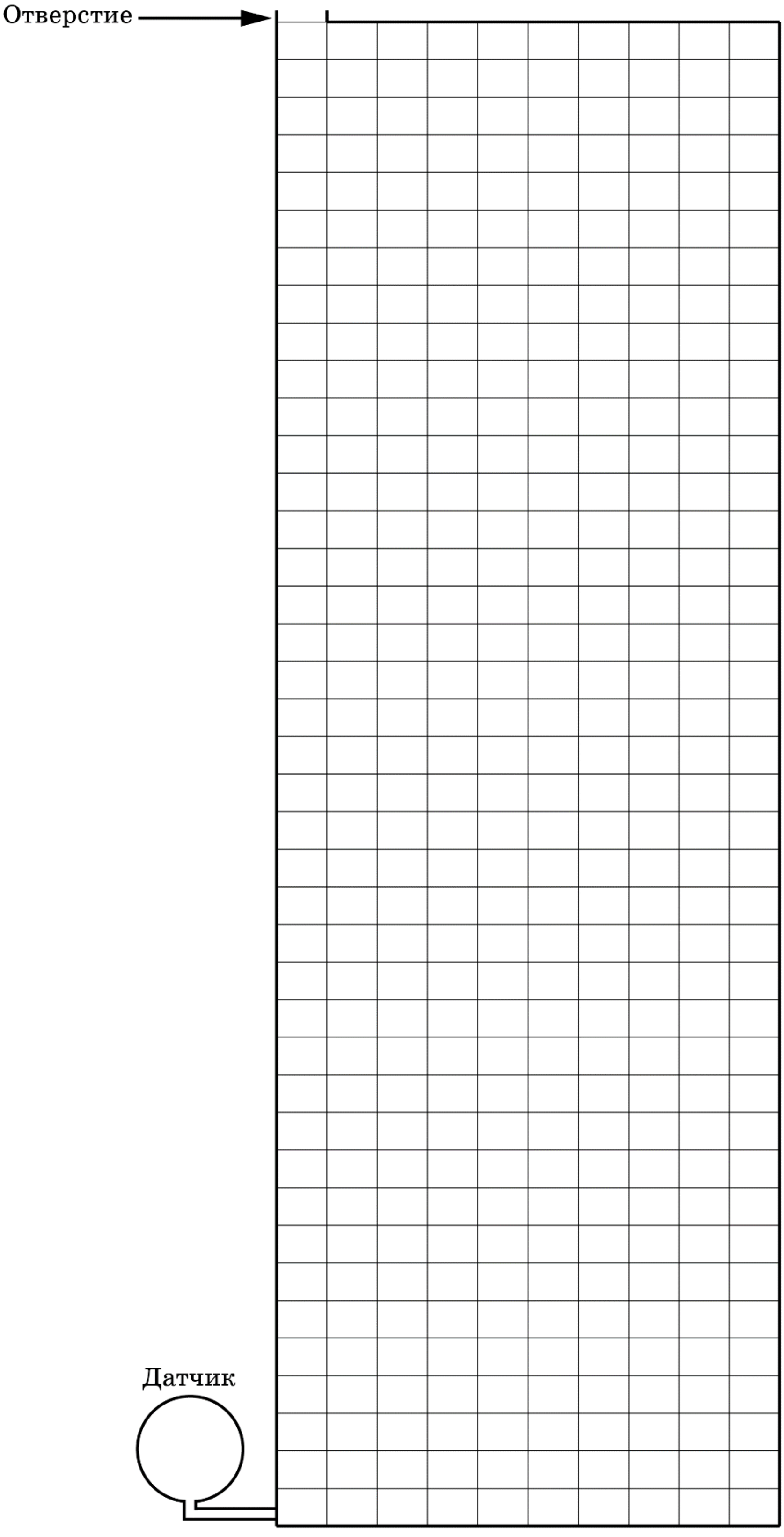
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

График для задачи 5 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



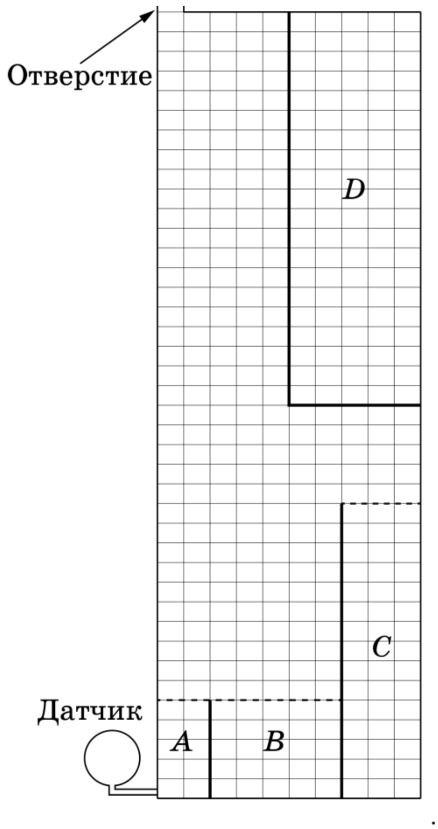
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Заготовку для схемы задачи 5 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Возможное решение. Мы видим несколько участков линейного увеличения давления. Измеряемое датчиком давление $P = P_0 + \rho g h$, где h – высота свободной поверхности воды над датчиком давления (дном сосуда). Из графика видно, что в конце процесса сосуд оказался заполнен доверху.



Пусть в сосуд долили небольшой объем воды ΔV, который растекся по свободной поверхности уже налитой жидкости. Пусть площадь свободной поверхности воды равна S, тогда $\Delta V = S \cdot \Delta h = \frac{S\Delta P}{\rho g}$, откуда $S = \rho g \frac{\Delta V}{\Delta P}$. Найдем площади свободной поверхности жидкости для каждого линейного участка возрастания давления.

h, м	0,0-0,5	0,5-1,5	1,5-2,0	2,0-4,0
S, м^2	0,2	0,7	1,0	0,5

Из таблицы видно, что только в диапазоне высот 1,5 - 2,0 метра от дна вода заполняла сосуд по всей его площади.

Теперь разберемся с горизонтальными участками графика. Как возможно такое, что при увеличении объема воды в сосуде давление у дна не возрастает. Это возможно, если в определенный момент времени вода достигает верха некоторой перегородки и затем переливается через нее, а когда уровень воды за перегородкой сравняется с уровнем воды перед перегородкой, то давление на дно вновь начинает расти. Из графика видно, что объем частей A, B и C составляют соответственно 0,1 м^3; 0,25 м^3 и 0,45 м^3. Часть D представляет собой полость, образованную горизонтальной и вертикальной перегородками.

На рисунке приведен один из возможных примеров расположения перегородок в сосуде. Одна клетка соответствует 0,1 метра.

Уточненные критерии
9 класс
Задача 1

1	Указано, что остановка происходит либо при $t_1 = t_0$, либо при $t_2 = 3t_0$ (по 1 баллу за каждый случай)	2 балла
2	Получены выражения для S_1 и S_2 через a и t_0 (или τ) (по 2 балла за каждый путь)	4 балла
3	Получено выражение для ΔS через a и t_0 (или τ)	1 балл
4	Найдено время движения τ	1 балл
5	Найдены пути S_1 и S_2 (по 1 баллу за каждый путь)	2 балла

Задача 2

1	Записано выражение для показаний весов сразу после погружения тела на нити (1)	2 балла
2	Записано уравнение теплового баланса (2)	1 балл
3	Записано выражение для показаний весов после намерзания льда (3)	2 балла
4	Записано выражение для показаний весов после таяния льда (4)	2 балла
5	Найдена начальная масса льда	1 балл
6	Найдена масса шарика	1 балл
7	Найдена начальная температура льда с шариком	1 балл

Задача 3

1	Правильно и обоснованно определено положение вольтметра на схеме (в положении 2): - исключена возможность нахождения в положении 1 – 2 балла; - исключена возможность нахождения в положении 3 – 2 балла; - если нахождение вольтметра в положении 2 не доказано, а это просто утверждается (например, со ссылкой на обычную практику), то за этот пункт ставится 1 балл.	4 балла
2	Правильно определены показания второго амперметра	2 балла
3	Правильно рассчитаны сопротивления резисторов R и $2R$	2 балла
4	Правильно рассчитано напряжение источника U_0	2 балла

Задача 4

1	Правильно описано прохождение луча, нормально падающего на грань призмы	1 балл
2	Применён закон отражения света	1 балл
3	Указано на симметричность хода луча L_1 в призме (относительно оси OO_1)	1 балл
4	Правильно найдены неизвестные углы в призме (хотя бы один из них)	2 балла
5	Доказано, что луч, падающий на грань DO_1, и во втором случае перпендикулярен лучу, падающему на грань OD.	2 балла
6	Получено, что угол преломления луча L_2 на грани OA равен его углу падения на грань OD	2 балла
7	Сделан вывод о том, что угол, под которым луч выйдет из грани OD, равен углу, под которым он упал на грань OA ($\beta = \alpha$)	1 балл

Примечание к критериям

Если задача решалась альтернативным способом, например, через пошаговое построение хода лучей, то при оценивании решения следует придерживаться следующих правил:

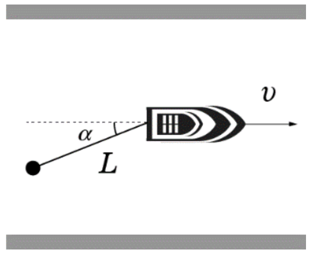
1. Полностью правильное решение с выводом равенства углов $\beta = \alpha$ – 10 баллов.
2. Рассмотрение хода луча L_1 с правильным нахождением угла γ – 5 баллов.

Возможно альтернативное решение, основанное на знании того факта, что луч, отражаясь от двугранного угла, в результате поворачивается (относительно начального направления) на удвоенную величину этого угла. Пример – уголковый отражатель. Тогда не нужно искать угол γ, а результат п. 5 получается сразу. Такое решение, в случае его доведения до конца, оценивается полным баллом.

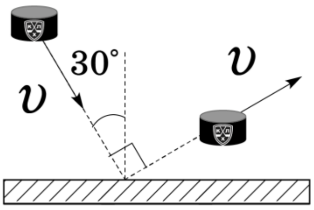
Задача 5

1	Сделан пересчет давления в высоту	1 балл
2	Определена площадь свободной поверхности воды на разных высотах	1 балл
3	Дано объяснение горизонтальным участкам на графике	2 балла
4	Указано, что на высоте 1,5-2,0 метра отсутствуют перегородки, препятствующие заполнению всей площади сосуда	1 балл
5	Участок графика от 0 до 0,5 метра указывает на наличие перегородки между частями A и B	1 балл
6	Часть A имеет объем 0,1 $м^3$ (ее высота 0,5 метра была определена ранее – в п. 2)	1 балл
7	Участок графика от 0,5 до 1,5 метров указывает на наличие перегородки между частями B и C	1 балл
8	Часть B имеет объем 0,25 $м^3$ (и высоту 0,5 метра) Часть C имеет объем 0,45 $м^3$ (и высоту 1,5 метра) (высоты были определены ранее – в п. 2)	1 балл
9	Участок графика от 2,0 до 4,0 метра соответствует полости D	1 балл

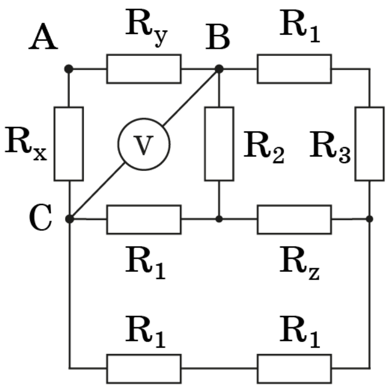
10 класс



Задача 1. Воднолыжник. Катер едет посередине прямого длинного канала фиксированной ширины с постоянной скоростью υ. За катером на натянутом все время тросе длиной L курсирует от одного берега канала до другого воднолыжник. В момент времени, когда расстояние между лыжником и правым берегом увеличивалось со скоростью u, а трос составлял с направлением движения катера угол α_0, спортсмен оторвался от воды. Пренебрегая вертикальной составляющей скорости, найдите модуль скорости u_0 спортсмена в этот момент? Какова в этот же момент сила натяжения троса T, если масса спортсмена m? На рисунке в качестве иллюстрации показан вид сверху в некоторый момент движения воднолыжника.



Задача 2. Шайбу! Шайба летит в сторону движущейся поступательно тяжёлой плиты так, что их плоскости параллельны. Вектор скорости шайбы составляет угол φ = 30˚ с нормалью к поверхности плиты. Происходит столкновение. Векторы скорости шайбы до и после столкновения одинаковы по модулю и перпендикулярны друг другу (см. рисунок). Кроме того, они лежат в одной плоскости с вектором скорости плиты. Определите минимальное и максимальное значения коэффициента трения μ, при которых возможно такое столкновение.



Задача 3. Девять резисторов. Электрическая цепь состоит из 9 резисторов и идеального вольтметра (см. рисунок). Сопротивление трех резисторов R_x, R_y и R_z неизвестны, сопротивления остальных: $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 2$ кОм, $R_3 = 3$ кОм. При подключении источника с постоянным напряжением $U_0 = 10$ В к точкам A и B вольтметр показывает $U_1 = 4$ В, при подключении того же источника к точкам A и C показания вольтметра $U_2 = 5$ В.

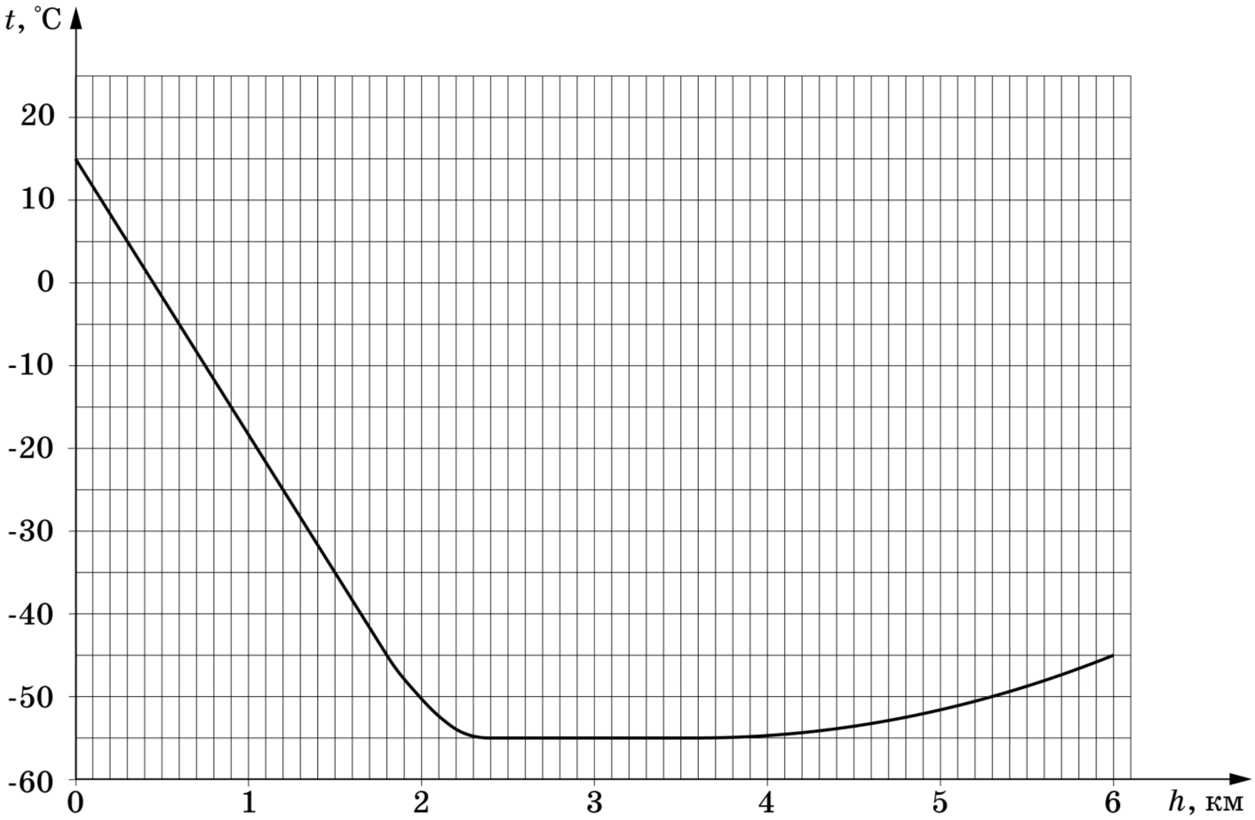
Определите:

1) значения сопротивлений R_x, R_y и R_z;

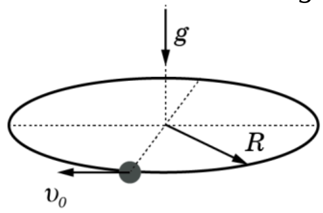
2) значения силы тока через источник при подключении его к точкам A и B (I_{AB}) и к точкам A и C (I_{AC}).

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 4. На планете R19. В далеком космосе астронавты исследовали атмосферу планеты R19. Оказалось, что она очень похожа на атмосферу Земли: состоит из идеального газа с молярной массой μ = 28 г/моль и имеет схожую зависимость температуры от высоты (см. рис.). И даже ускорение свободного падения у поверхности R19 равно g = 9,9 м/с^2. Однако, атмосферное давление на уровне моря отличается от земного и равно p_0 = 500 кПа. Определите по этим данным, пренебрегая изменением g с высотой, давление p_1 и плотность ρ_1 на высоте h_1 = 1,0 км. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль·К).



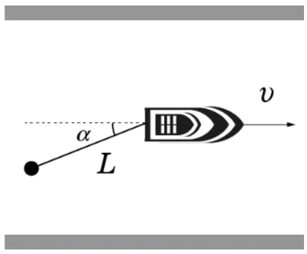
Задача 5. Бусинка на кольце. На тонкое проволочное кольцо радиусом R свободно надета бусинка массой m. Кольцо неподвижно и расположено горизонтально в поле тяжести g. Коэффициент трения скольжения между бусинкой и кольцом равен μ. В начальный момент времени бусинка движется со скоростью v_0.



1) Найдите модуль силы трения, действующей на бусинку, в начальный момент времени.
2) Найдите модуль полного ускорения бусинки в этот же момент.
3) Запишите выражение, позволяющее с погрешностью не более 2% найти путь бусинки за время, в течение которого ее скорость уменьшилась на 1%.

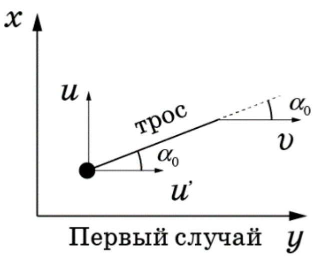
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

10 класс

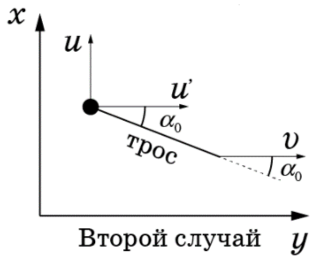


Задача 1. Воднолыжник. Катер едет посередине прямого длинного канала фиксированной ширины с постоянной скоростью υ. За катером на натянутом все время тросе длиной L курсирует от одного берега канала до другого воднолыжник. В момент времени, когда расстояние между лыжником и правым берегом увеличивалось со скоростью u, а трос составлял с направлением движения катера угол α_0, спортсмен оторвался от воды. Пренебрегая вертикальной составляющей скорости, найдите модуль скорости u_0 спортсмена в этот момент? Какова в этот же момент сила натяжения троса T, если масса спортсмена m? На рисунке в качестве иллюстрации показан вид сверху в некоторый момент движения воднолыжника.

Возможное решение: Разложим скорость спортсмена относительно берега на две составляющие: перпендикулярную берегу u и продольную u'. Так как расстояние от спортсмена до точки катера, к которой прикреплен трос, не меняется, то проекции скоростей воднолыжника и катера на линию, проходящую через трос, должны быть одинаковы.



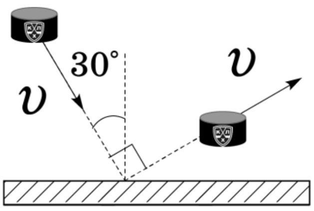
Первый случай



Второй случай

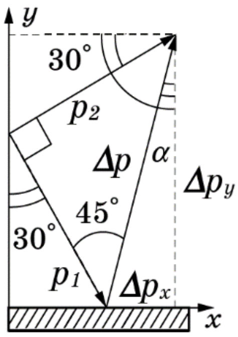
В первом случае, когда спортсмен находится между правым берегом и катером, получим: $v\cos\alpha_0 = u'\cos\alpha_0 + u\sin\alpha_0$, тогда $u' = v - u\,\mathrm{tg}\alpha_0$.
Во втором случае, когда спортсмен находится между катером и левым берегом, получим: $v\cos\alpha_0 = u'\cos\alpha_0 - u\sin\alpha_0$, тогда $u' = v + u\,\mathrm{tg}\alpha_0$.
Модуль скорости спортсмена относительно берега $u_0 = \sqrt{u^2 + u'^2} = \sqrt{u^2 + (v \pm u\,\mathrm{tg}\alpha_0)^2}$.
Так как относительно катера воднолыжник движется по окружности радиусом L, то сила натяжения троса $T = \frac{mu_{\text{отн}}^2}{L}$, где $u_{\text{отн}}^2 = u^2 + (u' - v)^2 = u^2(1 + \mathrm{tg}^2\alpha_0) = \frac{u^2}{\cos^2\alpha_0}$.
Окончательно, $T = \frac{mu^2}{L\cos^2\alpha_0}$.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*



Задача 2. Шайбу! Шайба летит в сторону движущейся поступательно тяжёлой плиты так, что их плоскости параллельны. Вектор скорости шайбы составляет угол φ = 30˚ с нормалью к поверхности плиты. Происходит столкновение. Векторы скорости шайбы до и после столкновения одинаковы по модулю и перпендикулярны друг другу (см. рисунок). Кроме того, они лежат в одной плоскости с вектором скорости плиты. Определите минимальное и максимальное значения коэффициента трения μ, при которых возможно такое столкновение.

Возможное решение.



Свяжем импульсы шайбы до и после удара: $\vec{P}_2 = \vec{P}_1 + \Delta\vec{P}$ (см. рисунок).

Из рисунка видно, что вектор $\Delta\vec{P}$ образует с вертикалью (осью OY) угол $\alpha = 90^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$.

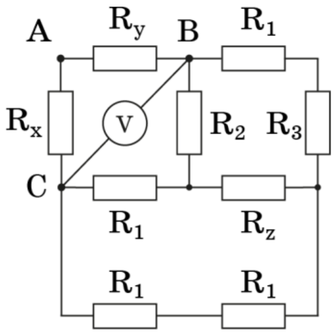
Если после столкновения шайбы с плитой проекция скорости шайбы на ось OX меньше проекции скорости плиты на ту же ось, то это значит, что в течение всего времени столкновения шайба скользила по плите и, следовательно, $F_{\text{Тр.}} = \mu N$. Здесь N – нормальная реакция опоры. В таком случае

$$\frac{\Delta P_X}{\Delta P_Y} = \frac{\left(\frac{\Delta P_X}{\Delta t}\right)}{\left(\frac{\Delta P_Y}{\Delta t}\right)} = \frac{F_{\text{Тр.}}}{N} = \mu = \tan\alpha \approx 0,27 \ \text{(или } \mu = \tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = 2-\sqrt{3}\text{).}$$

Если же после столкновения шайбы с плитой проекция скорости шайбы на ось OX сравняется с проекцией скорости плиты на ту же ось, то коэффициент трения μ может быть любым большим 0,27.

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 3. Девять резисторов. Электрическая цепь состоит из 9 резисторов и идеального вольтметра (см. рисунок). Сопротивление трех резисторов R_x, R_y и R_z неизвестны, сопротивления остальных: R_1 = 1 кОм, R_2 = 2 кОм, R_3 = 3 кОм. При подключении к точкам A и B источника с постоянным напряжением U_0 = 10 В вольтметр показывает U_1 = 4 В, при подключении того же источника к точкам A и C показания вольтметра U_2 = 5 В.



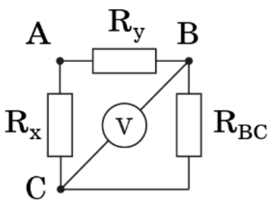
Определите:

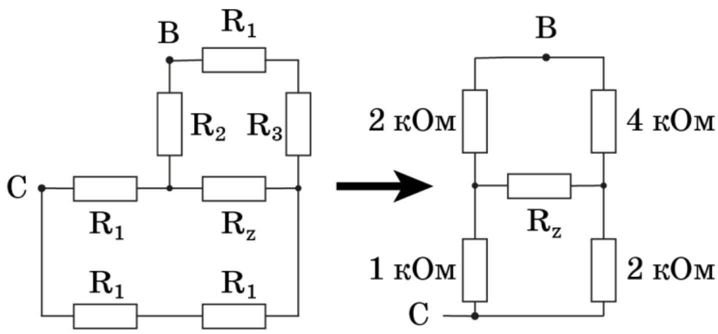
1) значения сопротивлений R_x, R_y и R_z;

2) значения силы тока через источник при подключении его к точкам A и B (I_{AB}) и к точкам A и C (I_{AC}).

Возможное решение.

Перерисуем схему в виде, показанном на левом рисунке. Здесь R_{BC} – сопротивление участка схемы BC, который может быть преобразован (правый рисунок) в сбалансированный мостик с не зависящим от R_z сопротивлением R_{BC} = 2 кОм.





Таким образом, R_z может быть любым. Показания вольтметра при подключении источника к A и B:

$$U_1 = U_0 \frac{R_{BC}}{R_x + R_{BC}}$$

Отсюда находим, что R_x = 3 кОм.

Аналогично, при подключении источника к точкам A и C:

$$U_2 = U_0 \frac{R_{BC}}{R_y + R_{BC}}$$

Отсюда находим, что R_y = 2 кОм.

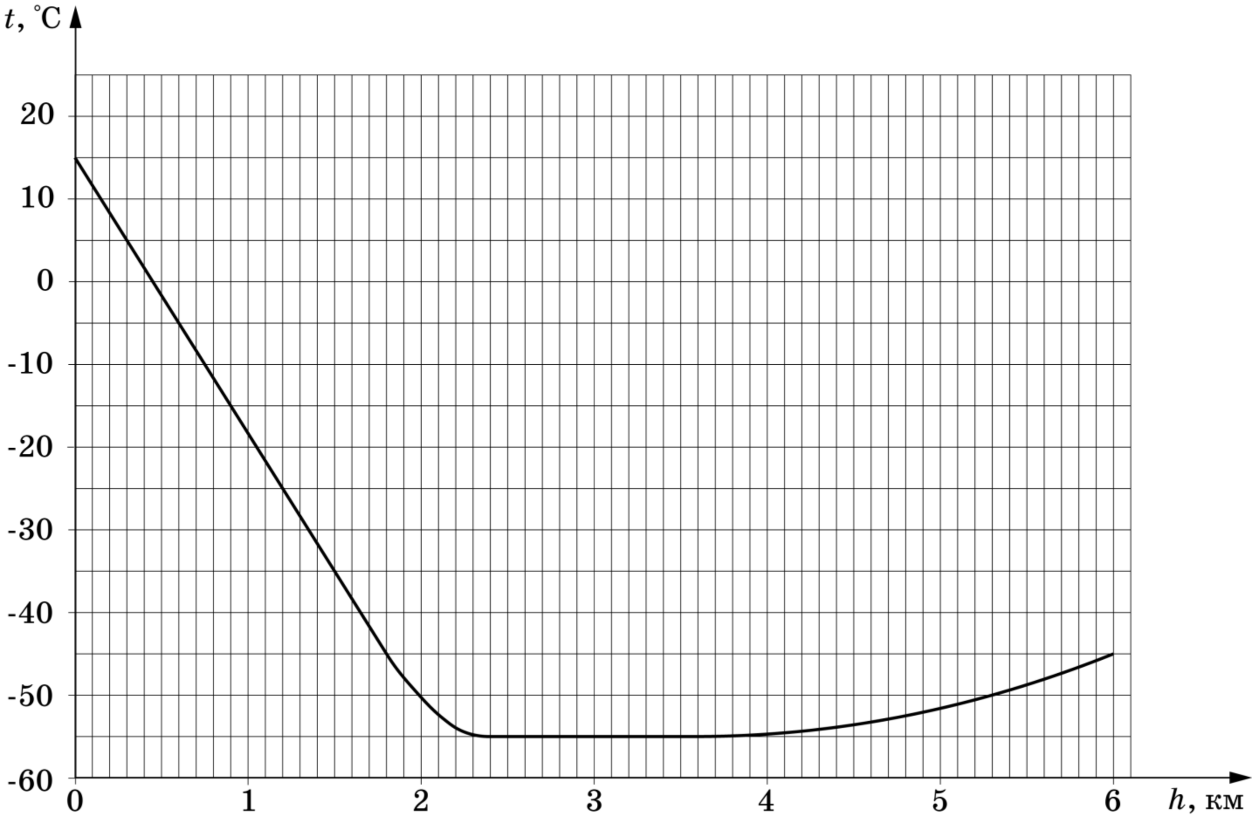
Силы токов I_{AB} и I_{AC} определить не составляет труда:

$$I_{AB} = \frac{U_0}{R_y} + \frac{U_0}{R_x + R_{BC}} = 7\,мА$$

$$I_{AC} = \frac{U_0}{R_x} + \frac{U_0}{R_y + R_{BC}} = \frac{35}{6}\,мА$$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

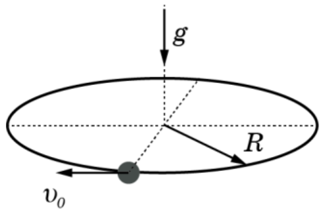
Задача 4. На планете R19. В далеком космосе астронавты исследовали атмосферу планеты R19. Оказалось, что она очень похожа на атмосферу Земли: состоит из идеального газа с молярной массой μ = 28 г/моль и имеет схожую зависимость температуры от высоты (см. рис.). И даже ускорение свободного падения у поверхности R19 равно g = 9,9 м/с^2. Однако, атмосферное давление на уровне моря отличается от земного. Оно равно p_0 = 500 кПа. Определите по этим данным, пренебрегая изменением g с высотой, давление p_1 и плотность ρ_1 на высоте h_1 = 1,0 км. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль·К).



Возможное решение.

1) Заметим, что на участке от 0 до 2 км зависимость температуры от высоты линейная убывающая: $T = T_0 - \alpha h$. Из графика $\alpha = \left|\frac{\Delta T}{\Delta h}\right| = 33{,}3\,\frac{\text{К}}{\text{км}}$.
2) Получим зависимость $p(h)$.
   При малом изменении высоты на Δh давление изменяется на $\Delta p = -\rho g \Delta h$, где плотность газа $\rho = \frac{p\mu}{RT}$. Тогда $\frac{\Delta p}{p} = -\frac{\mu g}{RT}\Delta h = \frac{\mu g}{RT}\frac{\Delta T}{\alpha}$.
   Тогда связь между относительным изменением давления и относительным изменением температуры: $\frac{\Delta p}{p} = k\frac{\Delta T}{T}$, где $k = \frac{\mu g}{R\alpha} \approx 1$.
   Это означает, что давление также линейно убывает с высотой и $\frac{\Delta p}{\Delta h} = -\rho g = const$.
3) Таким образом, плотность атмосферы постоянна от 0 до 2 км:
   $\rho = \rho_0 = \frac{p_0\mu}{RT_0} = 5{,}85$ кг/м^3.
4) Давление на высоте 1 км $p_1 = p_0 - \rho_0 g h = 442$ кПа.

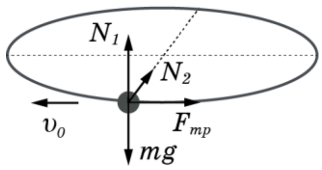
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*



Задача 5. Бусинка на кольце. На тонкое проволочное кольцо радиусом R свободно надета бусинка массой m. Кольцо неподвижно и расположено горизонтально в поле тяжести g. Коэффициент трения скольжения между бусинкой и кольцом равен μ. В начальный момент времени бусинка движется со скоростью υ_0.

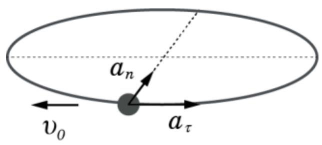
1) Найдите модуль силы трения, действующей на бусинку, в начальный момент времени.
2) Найдите модуль полного ускорения бусинки в этот же момент.
3) Запишите выражение, позволяющее с погрешностью не более 2% найти путь бусинки за время, в течение которого ее скорость уменьшилась на 1%.

Возможное решение.



1) Сила нормальной реакции опоры $\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$, где $|\vec{N}_1| = mg$ – ее вертикальная составляющая, $|\vec{N}_2| = \frac{mv_0^2}{R}$ – горизонтальная составляющая в начальный момент времени. Сразу после начала движения модуль силы трения, действующей на бусинку, $F_{\text{тр}} = \mu N$, где $N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}$.

   Окончательно, $F_{\text{тр}} = \mu m\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$.



2) Полное ускорение бусинки $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$, где $a_n = \frac{v_0^2}{R}$ – нормальная составляющая ускорения в начальный момент времени, $a_\tau = \frac{F_{\text{тр}}}{m} = \mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$ – тангенциальная составляющая. Сразу после начала движения модуль полного ускорения:

   $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{(\mu g)^2 + (1 + \mu^2)\left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$.

3) Необходимая точность будет обеспечена при использовании приближенных формул: $\Delta S = v_0\Delta t$; $\Delta v = a_\tau \Delta t$, где ΔS – искомый путь, Δt – время после начала движения, за которое скорость бусинки уменьшилась на 1%. Тогда

$$\Delta S = \frac{v_0 \Delta v}{a_\tau} = \frac{v_0^2 \cdot 10^{-2}}{a_\tau} = \frac{v_0^2}{\mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}} \cdot 10^{-2}.$$

Уточненные критерии
10 класс
Задача 1

1	В любой системе координат записано уравнение кинематической связи между скоростью спортсмена и скоростью катера для двух случаев. Если рассмотрен только один случай – ставится 1,5 балла.	2 балла
2	Получено выражение для продольной составляющей скорости спортсмена относительно берега (спортсмен между правым берегом и катером)	1 балл
3	Получено выражение для продольной составляющей скорости спортсмена относительно берега (спортсмен между левым берегом и катером)	1 балл
4	Получен ответ на первый вопрос (для обоих рассмотренных случаев) – по 0,5 балла за каждый случай. При решении задачи можно использовать любую удобную систему координат (для п. 2 и п. 3) – все правильные решения должны оцениваться соответствующим баллом.	1 балл
5	В системе отсчета, связанной с катером, записан второй закон Ньютона для движения лыжника по окружности ($T = ma_{\text{цс}}$).	2 балла
6	Получено выражение для скорости спортсмена относительно катера	2 балла
7	Получено выражение для силы натяжения троса	1 балл

Задачу можно сразу решать, перейдя в систему отсчета, связанную с катером. Такой способ решения должен оцениваться эквивалентно.

Если полученное при рассмотрении одного случая выражение для скорости спортсмена автоматически правильно учитывает оба случая – ставится 10 баллов.

Задача 2

1	Отмечено (или явно использовано при решении), что изменение проекций скорости шайбы на оси OX и OY происходит из-за действия сил нормальной реакции опоры (1 балл) и силы трения (2 балла)	3 балла
2	Указано, что возможны два случая в зависимости от μ: - x-проекция скорости шайбы после столкновения меньше x-проекции скорости плиты (проскальзывание не прекратилось – малые μ) – 1 балл; - x-проекция скорости шайбы после столкновения равна x-проекции скорости плиты (проскальзывание прекратилось – большие μ) – 1 балл.	2 балла
3	Записаны уравнения для изменений проекций импульса шарика на оси OX и OY	2 балла
4	Получено значение $\mu_{\min}$ (через угол α или в эквивалентной форме)	1 балл
5	Отмечено, что при всех $\mu > \mu_{\min}$ проскальзывание исчезает до момента прекращения контакта плиты и шайбы (при этом x-проекции скорости шайбы и плиты сравниваются, а угол отскока не зависит от μ). В этом случае значение μ может быть сколь угодно велико.	2 балла

Возможны разные методы решения – графический и аналитический. Правильные решения нужно оценивать в 10 баллов.

Задача 3

1	Аргументированное объяснение произвольности номинала R_z	2 балла
2	Правильно найдено сопротивление R_{BC}	2 балла
3	Правильно найдено сопротивление R_x	2 балла
4	Правильно найдено сопротивление R_y	2 балла
5	Правильно найдена сила тока I_{AB}	1 балл
6	Правильно найдена сила тока I_{BC}	1 балл

Задача 4

1	Для линейного начального участка графика найдено $\left\|\frac{\Delta T}{\Delta h}\right\| = 33{,}3\,\frac{\text{К}}{\text{км}}$	1 балл
2	Записано выражение $\Delta p = -\rho g \Delta h$	1 балл
3	Записано выражение для плотности газа $\rho = \frac{p\mu}{RT}$	1 балл
4	Получено выражение для связи между относительными изменениями давления и температуры при малом изменении высоты: $\frac{\Delta p}{p} = k\frac{\Delta T}{T}$, где $k = \frac{\mu g}{R\alpha}$	2 балла
5	Вычислено $k \approx 1$	1 балл
6	Сделан вывод о том, что давление линейно убывает с высотой	1 балл
7	Сделан вывод о том, что плотность атмосферы постоянна от 0 до 2 км	1 балл
8	Вычислена плотность $\rho = 5{,}85\ \text{кг/м}^3$	1 балл
9	Вычислено давление на высоте 1 км: $p_1 = 442$ кПа	1 балл

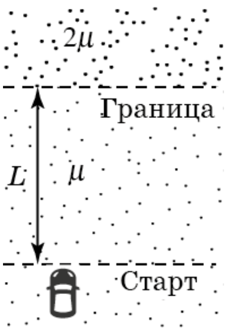
Возможно решение путем интегрирования соответствующего дифференциального уравнения.

1	Для линейного начального участка графика найдено $\left\|\frac{\Delta T}{\Delta h}\right\| = 33{,}3\,\frac{\text{К}}{\text{км}}$	1 балл
2	Записано выражение $\Delta p = -\rho g \Delta h$	1 балл
3	Записано выражение для плотности газа $\rho = \frac{p\mu}{RT}$	1 балл
4	Получено дифференциальное уравнение	1 балл
5	Правильно проинтегрировано дифференциальное уравнение (решение имеет вид $p(h) = p_0\left(\frac{T_0 - \alpha h}{T_0}\right)^k$), где $k = \frac{\mu g}{R\alpha}$.	2 балла
4	Вычислено $k = \frac{\mu g}{R\alpha} \approx 1$	1 балл
7	Сделан вывод о том, что плотность атмосферы постоянна от 0 до ≈1,8 км, а давление убывает по линейному закону	1 балл
8	Вычислена плотность на указанной высоте $\rho = 5{,}85\ \text{кг/м}^3$	1 балл
9	Вычислено давление на высоте 1 км: $p_1 = 442$ кПа	1 балл

Задача 5

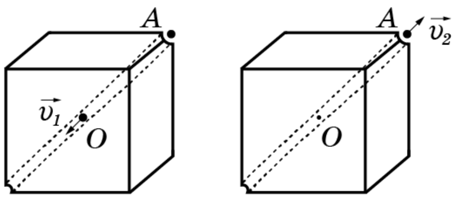
1	Записано выражение для вертикальной составляющей силы нормальной реакции опоры $\left\|\vec{N}_1\right\| = mg$	1 балл
2	Записано выражение для горизонтальной составляющей силы нормальной реакции опоры $\left\|\vec{N}_2\right\| = \frac{mv_0^2}{R}$	1 балл
3	Получено выражение для силы трения $F_{\text{тр}} = \mu m\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$	1 балл
4	Записано выражение для нормальной составляющей ускорения $a_n = \frac{v_0^2}{R}$	1 балл
5	Получено выражение для тангенциальной составляющей ускорения $a_\tau = \mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$	1 балл
6	Записано выражение для модуля полного ускорения $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$	1 балл
7	Записаны приближенные формулы $\Delta S = v_0 \Delta t$; $\Delta v = a_\tau \Delta t$ (по 1 баллу за каждую формулу)	2 балла
8	Получен ответ в виде $\Delta S = \frac{v_0 \Delta v}{a_\tau}$	1 балл
9	Получено конечное выражение для ответа $\Delta S = \frac{v_0^2}{\mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}} \cdot 10^{-2}$	1 балл

11 класс.

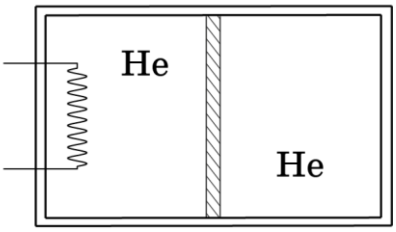


Задача 1. Испытания автомобиля. Плоский горизонтальный полигон для испытания гоночных автомобилей имеет два участка с разным покрытием. По условиям испытаний автомобиль должен проехать в одном направлении по прямой расстояние L от линии старта до линии границы между участками, стартуя с нулевой начальной скоростью (см. рисунок). После пересечения линии границы автомобиль должен остановиться. Коэффициент трения на первом участке равен μ, а на втором 2μ. За какое минимальное время $t_И$ автомобиль может выполнить это испытание (от старта до полной остановки)? Какая при этом будет скорость v_0 у автомобиля при пересечении им линии границы участков? Нарисуйте график зависимости скорости автомобиля от времени, соответствующий вашему решению, и отметьте на нем момент прохождения автомобилем линии границы. Автомобиль полноприводный с неограниченной мощностью двигателя. Размерами машины по сравнению с L пренебречь.

Задача 2. Кубическая планета. На планете в форме куба из однородного материала вдоль большой диагонали высверлили узкий прямой гладкий канал. Если маленький шарик отпустить без начальной скорости из точки А (вершина куба), его скорость в момент прохождения центра куба (точка О) будет равна v_1. Какую минимальную скорость v_2 нужно сообщить шарику при запуске в космос из точки А, чтобы он мог покинуть поле тяготения планеты? Атмосферы у планеты нет.



Задача 3. Сосуд с поршнем. Теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части не проводящим тепло поршнем, который может перемещаться без трения. В начальный момент в левой и правой частях сосуда находится по одному молю гелия при одинаковой температуре. В левую часть сосуда подвели тепло с помощью нагревателя. При этом температура гелия в ней увеличилась на **малую величину** ΔT. Определите изменение температуры ΔT_2 в правой части сосуда и количество теплоты Q, переданное нагревателем.



Задача 4. Айс. Вертикальный цилиндрический сосуд с водой, равномерно вращающийся вокруг своей оси с периодом T_0, быстро охлаждают, так что на поверхности появляется тонкая гладкая ледяная корка. На корку вблизи оси сосуда без начальной скорости помещают маленькую бусинку, которая может без трения скользить по поверхности. Найдите период T ее малых колебаний.

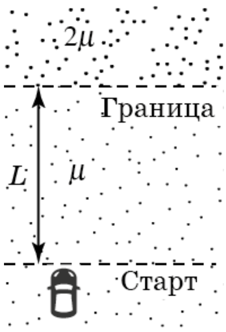
Задача 5. Остановка частицы в магнитном поле. Маленькая частица с положительным зарядом q движется в однородном магнитном поле с индукцией B в вязкой среде. Сила сопротивления среды, действующая на частичку, прямо пропорциональна ее скорости. В начальный момент времени импульс частицы равнялся p_0 и был направлен перпендикулярно линиям индукции. Вектор перемещения частицы к моменту, когда скорость частицы впервые оказалась противонаправлена начальной скорости, составляет острый угол φ с вектором $\overrightarrow{p_0}$.

1) Какой путь прошла частица до остановки?
2) Чему равен модуль перемещения частицы до остановки?

Силой тяжести пренебречь.

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

11 класс.

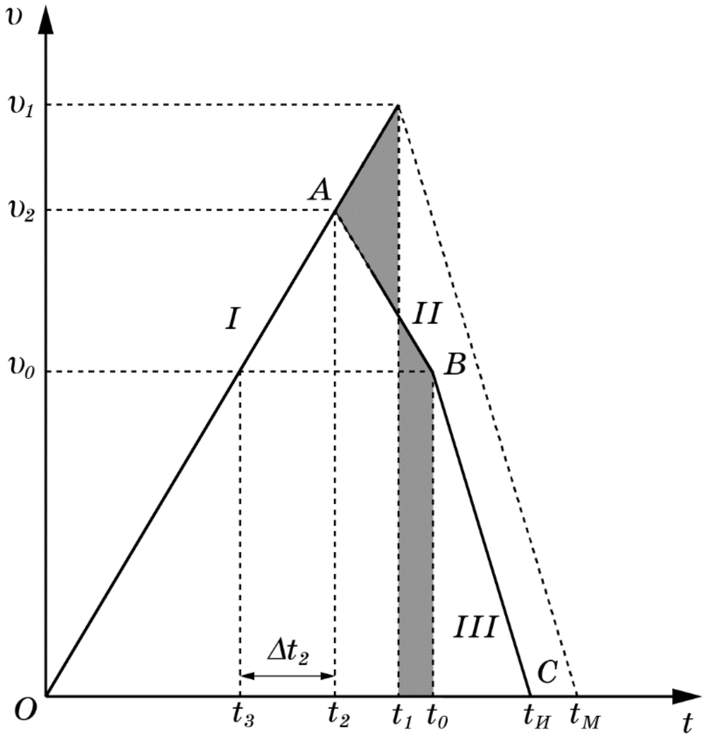


Задача 1. Испытания автомобиля. Плоский горизонтальный полигон для испытания гоночных автомобилей имеет два участка с разным покрытием. По условиям испытаний автомобиль должен проехать по прямой расстояние L от линии старта до линии границы между участками в одном направлении, стартуя с нулевой начальной скоростью (см. рисунок). После пересечения линии границы автомобиль должен остановиться. Коэффициент трения на первом участке равен μ, а на втором 2μ. За какое минимальное время $t_И$ автомобиль может выполнить это испытание (от старта до полной остановки)? Какая при этом будет скорость υ_0 у автомобиля при пересечении им линии границы участков? Нарисуйте график зависимости скорости автомобиля от времени, соответствующий вашему решению, и отметьте на нем момент прохождения автомобилем линии границы. Автомобиль полноприводный с неограниченной мощностью двигателя. Размерами машины по сравнению с L пренебречь.

Возможное решение.

1. Если участок длиной L проехать максимально быстро (с максимально возможным ускорением $a=\mu g$), то скорость на линии границы будет $\upsilon_1=\sqrt{2\mu g L}$, а время разгона $t_1=\sqrt{\dfrac{2L}{\mu g}}$. При этом минимально возможное время торможения за линией границы составит $t_M-t_1=\sqrt{\dfrac{L}{2\mu g}}$. Общее время испытания $t_M=\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{2L}{\mu g}}\approx 2{,}12\sqrt{\dfrac{L}{\mu g}}$.
2. Если пересекать линию границы со скоростью $\upsilon_0<\upsilon_1$, то увеличится время достижения этой линии, но сократится время торможения за ней. Вопрос о конкуренции между этими изменениями времен требует дополнительного изучения.
3. Пусть на границе скорость $\upsilon_0(\upsilon_0<\upsilon_1)$, которая достигается за минимально возможное время t_0 при следующем характере движения: разгон с максимальным положительным ускорением $a=\mu g$ до такой скорости $\upsilon_2>\upsilon_0$, при которой оставшегося пути хватит, чтобы сбросить эту скорость до заданной υ_0 при максимально возможном отрицательном ускорении $a_{ТОРМ}=-\mu g$. Данное утверждение иллюстрируется рисунком.

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.



На рисунке участок *I* соответствует разгону с максимальным ускорением μg, участок *II* соответствует заблаговременному торможению (с максимальным ускорением $-\mu g$) от скорости υ_2 до скорости υ_0 на границе, участок III – торможению за линией границы с ускорением $-2\mu g$ до полной остановки в момент $t_И$. Отметим, что площади серых фигур равны (так как пути в первом движении до t_1 и во втором движении до t_0 равны L).

С помощью рисунка найдем зависимость t_0 от υ_0.

Первый раз скорость υ_0 достигается в момент $t_3=\dfrac{\upsilon_0}{\mu g}$, к этому моменту пройден путь $S_1=\dfrac{\upsilon_0^{\ 2}}{2\mu g}$. Половина оставшегося до границы пути пройдена за время Δt_2, и

$$\frac{L-S_1}{2}=\upsilon_0\Delta t_2+\frac{\mu g\Delta t_2^{\ 2}}{2}=\frac{L}{2}-\frac{\upsilon_0^{\ 2}}{4\mu g}.$$

Выразим $\Delta t_2=\sqrt{\dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu^2g^2}+\dfrac{L}{\mu g}}-\dfrac{\upsilon_0}{\mu g}$, а полное время движения до границы:

$$t_0=t_3+2\Delta t_2=2\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{2\mu^2g^2}+\frac{L}{\mu g}}-\frac{\upsilon_0}{\mu g}$$

4. Полное время испытания $t_и$, согласно условию задачи, равно $t_0+t_т$, где $t_T=\dfrac{\upsilon_0}{2\mu g}$ – время торможения за линией финиша

$$t_И=t_0+t_T=2\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{2\mu^2g^2}+\frac{L}{\mu g}}-\frac{\upsilon_0}{2\mu g}$$

Необходимо найти минимум данного выражения, варьируя его по υ_0.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Для упрощения исследования производной сделаем замены:

$x=\frac{\upsilon_0}{2\mu g};b=\frac{L}{\mu g};t_И=\sqrt{8x^2+4b}-x$, x и b – по физическому смыслу положительны.

Возьмём производную по x и приравняем её нулю:

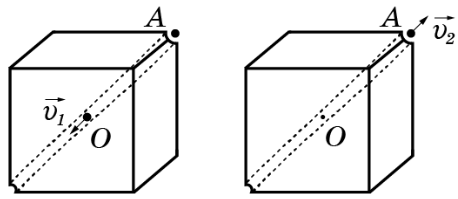
$$0=\frac{16x}{2\sqrt{8x^2+4b}}-1\Rightarrow\sqrt{8x^2+4b}=8x\Rightarrow 8x^2+4b=64x^2\Rightarrow 56x^2=4b$$

Возвращаясь к старым переменным: $56\frac{\upsilon_0^2}{4\mu^2g^2}=4\frac{L}{\mu g}\Rightarrow\upsilon_0^2=\frac{2}{7}\mu gL\Rightarrow\upsilon_0=\sqrt{\frac{2}{7}\mu gL}$

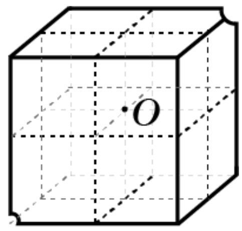
Тогда $t_И=2\sqrt{\frac{2L}{14\mu g}+\frac{L}{\mu g}}-\sqrt{\frac{L}{14\mu g}}=\sqrt{\frac{7L}{2\mu g}}\approx 1{,}87\sqrt{\frac{L}{\mu g}}$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 2. Кубическая планета. На планете в форме куба из однородного материала вдоль большой диагонали высверлили узкий прямой гладкий канал. Если маленький шарик отпустить без начальной скорости из точки A (вершина куба), его скорость в момент прохождения центра куба (точка O) будет равна υ_1. Какую минимальную скорость υ_2 нужно сообщить шарику при запуске в космос из точки A, чтобы он мог покинуть поле тяготения планеты? Атмосферы у планеты нет.



Возможное решение. Исходный куб можно составить из восьми кубиков с ребром вдвое меньшего размера (см. рисунок). По аналогии с электростатикой введем гравитационный потенциал φ, который в вершине любого однородного куба будет прямо пропорционален его массе и обратно пропорционален линейным размерам с одним и тем же коэффициентом пропорциональности.



Пусть длина ребра и масса малого кубика равны соответственно b и m, а гравитационный потенциал в его центре равен φ_0. Тогда $\varphi_0 = -k\frac{m}{b} = -k\frac{\rho b^3}{b} = -k\rho b^2$, (1)

где k – некоторый размерный коэффициент, а ρ – плотность планеты. Здесь мы учли, что энергия гравитационного взаимодействия отрицательна, если за нулевой уровень принять энергию на бесконечности.

Потенциал в центре большого куба из принципа суперпозиции $\varphi_1 = 8\varphi_0$, а потенциал в его вершине по аналогии с (1) $\varphi_2 = -k\frac{\rho(2b)^3}{2b} = -4k\rho b^2 = 4\varphi_0$.

Следовательно, для любого куба отношение потенциала в центре к потенциалу в его углу равно 2, т.е. $\varphi_1 = 2\varphi_2$.

Из закона сохранения энергии следует:

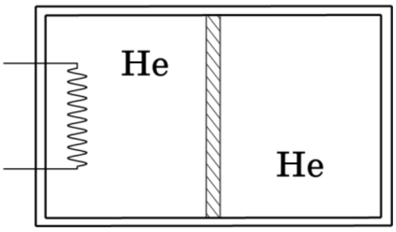
$$\begin{cases} m\varphi_2 = m\varphi_1 + \dfrac{mv_1^2}{2}; & (2) \\ m\varphi_2 + \dfrac{mv_2^2}{2} = 0. & (3) \end{cases}$$

Из системы уравнений (2) и (3) следует:

$$\begin{cases} v_1^2 = 2(\varphi_2 - \varphi_1) = -2\varphi_2; \\ v_2^2 = -2\varphi_2. \end{cases}$$

Окончательно получим $v_2 = v_1$.

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.



Задача 3. Сосуд с поршнем. Теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части не проводящим тепло поршнем, который может перемещаться без трения. В начальный момент в левой и правой частях сосуда находится по одному молю гелия при одинаковой температуре. В левую часть сосуда подвели тепло с помощью нагревателя. При этом температура гелия в ней увеличилась на **малую величину** ΔT. Определите изменение температуры ΔT_2 в правой части сосуда и количество теплоты Q, переданное нагревателем.

Возможное решение

Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для 1 моль газа, находящегося в начальном и в конечном состоянии:

$$\begin{cases} P_0 V = RT_0 \\ P_1(V+\Delta V) = R(T_0+\Delta T) \\ P_1(V-\Delta V) = R(T_0+\Delta T_2) \end{cases}$$

Здесь учтено, что давление в левой и правой частях всегда (при равновесном процессе) одинаково, а суммарный объём частей не изменяется.

Составим пропорцию из уравнений для конечного состояния:

$$\frac{(V+\Delta V)}{(V-\Delta V)} = \frac{(T_0+\Delta T)}{(T_0+\Delta T_2)}$$

$$(V+\Delta V)(T_0+\Delta T_2) = (V-\Delta V)(T_0+\Delta T)$$

$$VT_0 + V\Delta T_2 + T_0\Delta V = VT_0 + V\Delta T - T_0\Delta V$$

$$2\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{\Delta T_2}{T_0} \qquad (1)$$

При раскрытии скобок мы пренебрегаем малыми величинами второго порядка $\Delta V \Delta T$ и $\Delta V \Delta T_2$.

Запишем первое начало термодинамики для процессов в цилиндре:

$$\begin{cases} Q = A + \Delta U_{ЛЕВ} = A + \dfrac{3}{2}R\Delta T \\ 0 = -A + \Delta U_{ПРАВ} = -A + \dfrac{3}{2}R\Delta T_2 \end{cases} \qquad (2)$$

Здесь учтено, что процесс в правой части сосуда адиабатный, а суммарная работа в системе равна нулю.

Для малых изменений объёма и давления работу можно представить в виде:

$A = P_0\Delta V$, что даёт нам вместе с условием на адиабатный процесс (2):

$$0 = -P_0\Delta V + \frac{3}{2}R\Delta T_2 \Rightarrow \Delta V = \frac{3}{2}\frac{R\Delta T_2}{P_0} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2}\frac{R\Delta T_2}{P_0 V} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2}\frac{R\Delta T_2}{RT_0} = \frac{3}{2}\frac{\Delta T_2}{T_0}$$

Подставляем эту связь в уравнение (1)

$$3\frac{\Delta T_2}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{\Delta T_2}{T_0} \Rightarrow \Delta T_2 = \frac{\Delta T}{4}.$$

Тогда

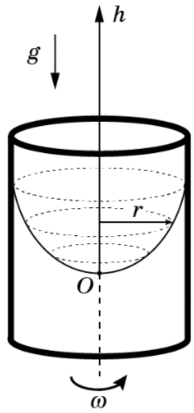
$$A = \frac{3}{2}R\frac{\Delta T}{4}$$

$$Q = \frac{3}{2}R\Delta T + \frac{3}{2}R\frac{\Delta T}{4} = \frac{15}{8}R\Delta T$$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 4. Айс. Вертикальный цилиндрический сосуд с водой, равномерно вращающийся вокруг своей оси с периодом T_0, быстро охлаждают, так что на поверхности появляется тонкая гладкая ледяная корка. На корку вблизи оси сосуда без начальной скорости помещают маленькую бусинку, которая может без трения скользить по поверхности. Найдите период T ее малых колебаний.

Возможное решение



Равновесная форма поверхности воды во вращающемся сосуде определяется уравнением $\rho g h = \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2$, где ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения, h – высота, на которой находится участок поверхности, $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$ – угловая скорость вращения, а r – расстояние от оси вращения до рассматриваемого участка.

Потенциальная энергия бусинки на корке $E_{\text{пот}} = mgh = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ совпадает с потенциальной энергией деформированной пружины

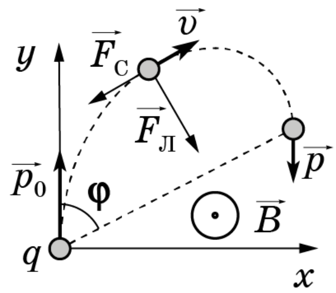
$E_{\text{пот}} = \frac{1}{2}kr^2$ жесткостью $k = m\omega^2$. Период колебаний соответствующего маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi}{\omega} = T_0$!

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 5. Остановка частицы в магнитном поле. Маленькая частица с положительным зарядом q движется в однородном магнитном поле с индукцией B в вязкой среде. Сила сопротивления среды, действующая на частичку, прямо пропорциональна ее скорости. В начальный момент времени импульс частицы равнялся p_0 и был направлен перпендикулярно линиям индукции. Вектор перемещения частицы к моменту, когда скорость частицы впервые оказалась противонаправлена начальной скорости, составляет острый угол φ с вектором $\overrightarrow{p_0}$.

1) Какой путь прошла частица до остановки?
2) Чему равен модуль перемещения частицы до остановки?

Силой тяжести пренебречь.



Возможное решение. Выберем начало координат в т. А, направим ось y по направлению вектора скорости частицы в т. А, а ось x – перпендикулярно $\overrightarrow{v_0}$ и $\vec{B}$ так, чтобы в начальный момент времени сила Лоренца действовала в положительном направлении оси x. Пусть b - коэффициент пропорциональности в зависимости силы сопротивления от скорости частицы $\vec{F}_c = -b\vec{\upsilon}$

Уравнение движения частицы в проекции на координатные оси выглядит так

$$\begin{cases} ma_x = qB\upsilon_y - b\upsilon_x \\ ma_y = -qB\upsilon_x - b\upsilon_y \end{cases}$$

Сделаем замены $\frac{qB}{m} = k$ и $\frac{b}{m} = \alpha$, и для малого интервала времени Δt $a_x = \frac{\Delta\upsilon_x}{\Delta t}; a_y = \frac{\Delta\upsilon_y}{\Delta t}$

Тогда

$$\begin{cases} \frac{\Delta\upsilon_x}{\Delta t} = k\upsilon_y - \alpha\upsilon_x \\ \frac{\Delta\upsilon_y}{\Delta t} = -kB\upsilon_x - \alpha\upsilon_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\upsilon_x = k\upsilon_y\Delta t - \alpha\upsilon_x\Delta t = k\Delta y - \alpha\Delta x \\ \Delta\upsilon_y = -k\upsilon_x\Delta t - \alpha\upsilon_y\Delta t = -k\Delta x - \alpha\Delta y \end{cases}$$

Здесь Δx и Δy - изменение координат частицы за малый промежуток времени Δt. Суммируя изменения проекций скорости и координат частицы за произвольное время от начала движения, получим

$$\begin{cases} v_x = ky - \alpha x \\ v_y - v_0 = -kx - \alpha y \end{cases}$$

В точке C вектор скорости частицы антипараллелен $\overrightarrow{v_0}$ и $v_x = 0$. Отсюда $ky = \alpha x$ и $\frac{x}{y} = \frac{k}{\alpha} = tg\varphi, \alpha = kctg\varphi.$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Сила Лоренца действует перпендикулярно скорости и изменение модуля скорости частицы определяется только силой сопротивления. Поэтому

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v$$

$\Delta v = -\alpha v \Delta t = -\alpha \Delta s,$

где Δs – расстояние, пройденное за Δt. Суммируя обе части уравнения за произвольное время движения, получаем

$v - v_0 = -\alpha s,$

$$v_0 = \alpha S = kSctg\varphi,$$

$$S = \frac{mv_0 tg\varphi}{qB} = \frac{p_0 tg\varphi}{qB}.$$

Здесь S – расстояние, пройденное частицей от начала движения до момента остановки. Пусть координаты точки O (точки остановки) x_0, y_0. Так как в этой точке $v_x = 0$, $y_0 = x_0 ctg\varphi$.

$$v_y - v_0 = -v_0 = -kx_0 - \alpha y_0 = -kx_0(1 + ctg^2\varphi) = -\frac{kx_0}{sin^2\varphi}$$

$$x_0 = \frac{mv_0}{qB} sin^2\varphi.$$

Расстояние от начальной точки до точки остановки

$$AO = l = \frac{x_0}{sin\varphi} = \frac{p_0}{qB} sin\varphi.$$

Уточненные критерии
11 класс
Задача 1

1	Представлен график зависимости скорости от времени, позволяющий обосновать алгоритм движения автомобиля (достаточно присутствия на графике точек *OABC*). График может носить качественный характер, и может быть построен на любом этапе решения.	2 балла
2	Предложен правильный алгоритм движения на участке длиной L, обеспечивающий минимальное время его прохождения при заданной скорости v_0 на границе. Алгоритм может быть описан качественно, но должен быть обоснован.	2 балла
3	Получена зависимость времени t_0 прохождения участка длиной L от введенного параметра (заданной скорости на линии границы, момента начала торможения и т.п.): а) правильно записаны кинематические соотношения; б) получен правильный результат в виде функции – зависимости t_0 от введенного параметра.	 1 балл 1 балл
4	Получено выражение для полного времени испытания как функция скорости на линии границы. ВНИМАНИЕ! Это выражение может содержать ошибку, но всё равно оценивается в 1 балл, если оно есть!	1 балл
5	Проведен анализ полученного выражения на минимум. ВНИМАНИЕ! Если анализировалось неправильное выражение (из п. 4), но его анализ был проведен правильно, то за это всё равно ставится 1 балл.	1 балл
6	Получен ответ для минимального времени испытания – только если ответ правильный!	1 балл
7	Получен ответ для скорости на линии границы, при которой реализуется минимальное время испытания – только если ответ правильный!	1 балл

Задача 2

1	Идея разбиения куба на 8 кубиков вдвое меньшего размера	3 балла
2	Установлена связь потенциала в центре куба с потенциалом в вершине кубика вдвое меньшего по размеру: $\varphi_1 = 8\varphi_0$	2 балла
3	Доказано, что при увеличении размера куба в 2 раза при сохранении плотности потенциал в его вершине увеличивается в 4 раза: $\varphi_2 = 4\varphi_0$ (1 балл – за указание на пропорциональность массы кубу линейного размера, и еще 1 балл – за указание на формулу $\varphi \sim m/r$)	2 балла
4	Записана система двух уравнений: закон сохранения энергии для скоростей и потенциалов (по 1 баллу за каждое уравнение).	2 балла
5	Обоснованно получен верный ответ для второй космической скорости кубической планеты	1 балл

Если используются формулы для сферической планеты, то такое решение считается полностью неправильным и за него ставится 0 баллов.

Задача 3

1	Записаны уравнения для начального и конечного состояний газа в правой и левой части сосуда (в любых обозначениях)	1 балл
2	Учтено равенство давлений и связь изменений объёмов (непосредственно в записанных уравнениях, либо оговорено отдельно)	1 балл
3	Получено выражение (1): а) Если выражение (1) получено, а уравнения состояния не писались (сразу была написана пропорция), то пункты 1-3 считаются выполненными, и ставится сразу 4 балла. б) Выражение (1) может быть записано в виде $2T_0\Delta V = V(\Delta T - \Delta T_2)$ с) Если в процессе получения выражения (1) малыми величинами второго порядка не пренебрегли, тоже ставится полный балл.	2 балла
4	Записаны выражения для I-го начала термодинамики в данных процессах: а) Важно, чтобы в данных выражениях был отражен факт адиабатного процесса в правой части сосуда и равенство работ газов (с противоположным знаком). Баллы ставятся именно за эти факты! б) Вместо двух выражений может быть записан один закон для системы в целом: $Q = \frac{3}{2}R\Delta T + \frac{3}{2}R\Delta T_2$.	2 балла
5	Записано выражение для работы при малом изменении объема и давления ($A \approx p\Delta V$ ввиду малости ΔV).	1 балл
6	Получена связь между ΔV и ΔT_2: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2}\frac{\Delta T_2}{T_0}$.	1 балла
7	Определено изменение температуры ΔT_2	1 балл
8	Получено окончательное выражение для Q	1 балл

Возможно решение, основанное на том факте, что процесс в левой части сосуда является политропическим с показателем политропы $n = -5/3$. Отсюда легко получается выражение для молярной теплоемкости газа в этом процессе ($15R/8$), откуда следует ответ. Такое решение должно оцениваться полным баллом, если оно является полностью правильным.

Задача 4

1	Записано выражение для связи угловой скорости с периодом.	1 балл
2	Получена зависимость $h(r)$.	2 балла
3	Записано выражение для потенциальной энергии бусинки на корке через r.	2 балла
4	Выражение из п. 3 сравнивается с выражением для потенциальной энергии известной гармонической колебательной системы (например, пружинного маятника).	2 балла
5	Записано выражение для периода колебаний системы из п.4. (той, с которой сравнивали) – его можно считать известным и не выводить.	1 балл
6	Обоснованно получен ответ $T = T_0$.	2 балла

Возможен динамический способ решения задачи.

1	Записано выражение для связи угловой скорости с периодом.	1 балл
2	Получена зависимость $h(r)$.	2 балла
3	Записан второй закон Ньютона для движения бусинки	2 балла
4	Уравнение из п.3 приведено к виду уравнения гармонических колебаний (для малых колебаний)	3 балла
5	Обоснованно получен ответ $T = T_0$.	2 балла

Задача 5

1	Записан второй закон Ньютона для проекций на координатные оси.	1 балл
2	Переход от уравнений п.1 к уравнениям, связывающим изменение проекций скорости с координатами частицы (умножение исходных уравнений на Δt).	1 балл
3	Использование уравнений п.2 для выражения коэффициента α через заданные в условии параметры.	2 балла
4	Получено соотношение $\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v$ (из второго закон Ньютона, записанного в проекции на направление движения частицы, либо из теоремы о кинетической энергии).	1 балл
5	Получено выражение для связи изменения модуля импульса частицы с пройденным расстоянием – получается умножением выражения из. п. 4 на Δt.	1 балл
6	Получен верный результат для пройденного пути S.	1 балл
7	Получены уравнения, связывающие координаты точки остановки частицы с проекциями начальной скорости.	1 балл
8	Определены координаты точки остановки и модуль AO перемещения частицы.	2 балла

Возможно решение и другими способами.

- путем непосредственного решения получаемых дифференциальных уравнений;
- путем записи уравнений движения в векторной форме и дальнейшего суммирования малых изменений радиус-векторов;
- путем перехода в систему отсчета, движущуюся с дрейфовой скоростью.